



# Rückstaulängenschätzung an Lichtsignalanlagen mit Floating-Car-Daten

Thorsten Neumann

Berichte aus dem DLR-Institut  
für Verkehrssystemtechnik

Band 13



**Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt e.V.**  
in der Helmholtz-Gemeinschaft



# **Rückstaulängenschätzung an Lichtsignalanlagen mit Floating-Car-Daten**

Von der Fakultät für Maschinenbau  
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung der Würde

eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von: Dipl.-Math. Thorsten Neumann

aus (Geburtsort): Hagen/Westf.

eingereicht am: 16.06.2010

mündliche Prüfung am: 16.11.2010

Referenten: Prof. Dr.-Ing. Karsten Lemmer  
Prof. Dr.-Ing. Bernhard Friedrich



**Berichte aus dem DLR-Institut für Verkehrssystemtechnik**

**Band 13**

**Rückstaulängenschätzung an Lichtsignalanlagen  
mit Floating-Car-Daten**

**Thorsten Neumann**

**Herausgeber:**

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.  
Institut für Verkehrssystemtechnik  
Lilienthalplatz 7, 38108 Braunschweig

**ISSN: 1866-721X**

DLR-TS 1.13

Braunschweig, im Juni 2011

Institutsdirektor:  
Prof. Dr.-Ing. Karsten Lemmer

Verfasser:  
Thorsten Neumann



# Vorwort des Herausgebers

Liebe Leserinnen und Leser,

in Ihren Händen halten Sie einen Band unserer Buchreihe „Berichte aus dem DLR-Institut für Verkehrssystemtechnik“. In dieser Reihe veröffentlichen wir spannende, wissenschaftliche Themen aus dem Institut für Verkehrssystemtechnik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) und aus seinem Umfeld. Einen Teil der Auflage stellen wir Bibliotheken und Fachbibliotheken für ihren Buchbestand zur Verfügung. Herausragende wissenschaftliche Arbeiten und Dissertationen finden hier ebenso Platz wie Projektberichte und Beiträge zu Tagungen in unserem Hause von verschiedenen Referenten aus Wirtschaft, Wissenschaft und Politik.

Mit dieser Veröffentlichungsreihe verfolgen wir das Ziel, einen weiteren Zugang zu wissenschaftlichen Arbeiten und Ergebnissen zu ermöglichen. Wir nutzen die Reihe auch als praktische Nachwuchsförderung durch die Publikation der wissenschaftlichen Ergebnisse von Dissertationen unserer Mitarbeiter und auch externer Doktoranden. Veröffentlichungen sind wichtige Meilensteine auf dem akademischen Berufsweg. Mit der Reihe „Berichte aus dem DLR-Institut für Verkehrssystemtechnik“ erweitern wir das Spektrum der möglichen Publikationen um einen Baustein. Darüber hinaus verstehen wir die Kommunikation unserer Forschungsthemen als Beitrag zur nationalen und internationalen Forschungslandschaft auf den Gebieten Automotive, Bahnsysteme und Verkehrsmanagement.

Die Verbesserung des städtischen Verkehrsmonitorings als Grundlage für Verkehrsmanagement und Verkehrsplanung ist Ziel der im vorliegenden Band vorgestellten Methode. Das modellbasierte Verfahren nutzt Floating-Car-Daten (FCD) und setzt sie mit modellgestützten Profilen der lokalen Verkehrsdichte in Beziehung. Der Ansatz wird exemplarisch vorgestellt für die Schätzung von Rückstaulängen an Lichtsignalanlagen. Dabei konnten auch bei geringen FCD-Abdeckungsraten bereits sehr gute Ergebnisse erzielt werden. Die Methode ermöglicht flexibel Qualitätssteigerungen, da sie über eine allgemeine Datenfusionsschnittstelle verschiedene existierende und neue Daten und Methoden einbinden kann. Das Verfahren ist prinzipiell auf andere Verkehrskenngrößen wie Verkehrsstärken oder Emissionen und auf andere Einsatzgebiete wie Störungserkennung oder verkehrsadaptive Navigation übertragbar – und birgt damit großes Potential für das Verkehrsmanagement der Zukunft.

Prof. Dr.-Ing. Karsten Lemmer





# Vorwort

An der Entstehung einer Dissertation sind in der Regel viele Menschen direkt oder indirekt beteiligt. Ohne entsprechende Begleitung durch Kollegen, Freunde und Familie ist eine gelingende Promotion kaum möglich. Insofern möchte ich an dieser Stelle die Gelegenheit nicht ungenutzt lassen, all denen zu danken, die mich in den vergangenen 4 Jahren und teilweise darüber hinaus maßgeblich und in vielfältiger Weise bei meiner Arbeit unterstützt haben.

Besonders nennen möchte ich Dr. Peter Wagner, der jederzeit bereit war, mir bei schwierigen Fragen sowohl fachlicher als auch organisatorischer Art weiterzuhelfen. Die Diskussionen mit ihm sowie die daraus hervorgegangenen, wertvollen Hinweise haben, ohne mich in meiner Freiheit bei der inhaltlichen Ausgestaltung der vorliegenden Arbeit in irgendeiner Weise einzuschränken, wesentlich zu deren endgültiger Form beigetragen. Darüber hinaus möchte ich Dr. Rüdiger Ebendt danken, der zusammen mit Dr. Peter Wagner durch eine einfache Vorläuferidee die Grundlage für die im Hauptteil der Dissertation beschriebene, detaillierte Entwicklung und Ausarbeitung des neuen Verfahrens zur Rückstaulängenschätzung geschaffen hat.

Der Dank geht weiter an die Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter des Instituts für Verkehrssystemtechnik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. in Berlin. Besonders erwähnen möchte ich Elmar Brockfeld, der mir gerade in der wichtigen Endphase des Verfassens der Dissertation die Möglichkeit gegeben hat, mich ganz auf das Schreiben zu konzentrieren. Ferner möchte ich Alexander Sohr danken, der sich für mich um die Bereitstellung der im praktischen Teil II der vorliegenden Arbeit benötigten, realen Verkehrsdaten gekümmert hat. Darüber hinaus aufzuzählen sind unter anderem Sten Ruppe, Ronald Nippold, Michael Bonert, Günter Kuhns, Dr. Yun-Pang Wang, Dr. Marek Junghans und Andrea Dumong, die mir jederzeit bei technischen, begrifflichen und organisatorischen Fragen zur Seite standen. Zusammen mit allen anderen Kolleginnen und Kollegen des Instituts für Verkehrssystemtechnik haben sie zu einer stets angenehmen und freundschaftlichen Arbeitsatmosphäre beigetragen.

Bedanken möchte ich mich weiterhin bei Herrn Eike Bretschneider, der mich als verantwortlicher Abteilungs- und stellvertretender Institutsleiter unter anderem in Bezug auf den Besuch von Konferenzen und Weiterbildungen vorbehaltlos unterstützt und mir dadurch den Einstieg in die nationale und internationale Verkehrsforschung wesentlich erleichtert hat. Nicht zuletzt gilt mein Dank selbstverständlich meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Karsten Lemmer, der mich frühzeitig zur Promotion ermutigt und bereitwillig die Betreuung an der Technischen Universität Braunschweig übernommen hat. Herrn Prof. Dr.-Ing. Bernhard Friedrich danke ich für die freundlichen Gespräche unter anderem auf verschiedenen Konferenzen und die Übernahme des Koreferats der vorliegenden Arbeit. Darüber hinaus bin ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. mult. Eckehard Schnieder als Vorsitzendem der Prüfungskommission sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. Peter Eilts dankbar, dass sie durch Ihr Engagement maßgeblich zu einem zügigen Abschluss des Promotionsverfahrens beigetragen haben.

Bei aller fachlicher Unterstützung durch Kolleginnen und Kollegen, Vorgesetzte und Betreuer darf allerdings die familiäre Seite nicht vergessen werden. Besonders meinen Eltern Bärbel und Norbert Neumann verdanke ich, dass sie mich bereits früh in meinen eigenen, persönlichen und beruflichen Interessen bestärkt und gefördert haben. Die Kraft und das Selbstbewusstsein, die sie mir dadurch geben, sind letztlich die Grundlage für meinen privaten und beruflichen Werdegang. Darüber hinaus trägt meine Frau Vera einen wesentlichen Anteil an meiner bisherigen Entwicklung, und ich danke ihr für ihre liebevolle, mentale Unterstützung und das uneingeschränkte Vertrauen, das sie mir nicht nur in Bezug auf mein Promotionsvorhaben stetig entgegenbringt. Ohne ihr Mitwirken wäre die derzeitige Verwirklichung meiner beruflichen Ziele nicht möglich.

Berlin, im April 2011

Thorsten Neumann



# Kurzfassung

Verkehr und Mobilität sind ein wichtiger Teil unseres täglichen Lebens. Zugleich leiden Menschen und Umwelt jedoch an den negativen Folgen wie Luftverschmutzung und Lärm sowie an regelmäßigen Störungen im Verkehrsablauf. Speziell im Straßenverkehr sind die Probleme häufig kaum zu übersehen. Gerade deshalb kommt dem Verkehrsmanagement als integraler Bestandteil der Verkehrsplanung und -steuerung eine wachsende Bedeutung zu. Ziel ist es, durch intelligente Ansätze die negativen Auswirkungen moderner Mobilität möglichst zu vermeiden oder wenigstens auf ein Minimum zu reduzieren.

Allerdings gibt es kein effizientes Verkehrsmanagement ohne eine verlässliche Verkehrsdatenerfassung, wobei gerade das innerstädtische Verkehrsmonitoring bedingt durch finanzielle und technologische Beschränkungen derzeit häufig grundlegende Defizite aufweist. Engmaschige Verkehrsnetze mit einer komplexen Verkehrsdynamik erschweren bzw. verhindern hier eine kontinuierliche, flächendeckende Verkehrslageerfassung mittels herkömmlicher, lokaler Detektion. Neuere Ansätze hingegen wie die inzwischen fest etablierte Floating-Car-Technologie (FCD) leiden meist an niedrigen Abdeckungsgraden.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde daher eine neue FCD-basierte Methode entwickelt, die mit dem Ziel der Qualitätssteigerung insbesondere flexible Möglichkeiten der Datenfusion bereitstellt. In der aktuellen Version ergibt sich dadurch ein kosteneffizientes Verfahren zur Schätzung von Rückstaulängen an lichtsignalgeregelten Netzknoten. Kernidee ist es, beobachtete GPS-Positionen einzelner Fahrzeuge mit geeigneten, modellbasierten Profilen der lokalen Verkehrsdichte zu vergleichen. Dies erlaubt die Schätzung einer gewissen, virtuellen Verkehrsnachfrage, die mit Hilfe eines einfachen Verkehrsflussmodells konsistent in die jeweils gesuchte Verkehrskenngröße umgerechnet werden kann.

Die vorliegende Dissertation beschreibt detailliert die Theorie des neuen Verfahrens. Darüber hinaus werden im Zuge umfangreicher Analysen mit simulierten und realen Verkehrsdaten systematisch die Potentiale des neuen Ansatzes bewertet. Insgesamt zeigt sich, dass sowohl in der Simulation als auch unter realen Bedingungen bereits bei sehr niedrigen FCD-Abdeckungsgraden vielversprechende Ergebnisse erzielt werden können.

Die Schlussfolgerungen am Ende der vorliegenden Arbeit ergeben ferner, dass die grundsätzlichen Ideen des neuen Verfahrens über die Schätzung von Rückstaulängen an Lichtsignalanlagen hinaus prinzipiell auch auf nicht-signalisierte Knoten und die Ermittlung anderer, verkehrlicher Kenngrößen wie Verkehrsstärken oder Emissionen übertragbar sind. Die Spannweite möglicher Anwendungen reicht von der Lichtsignalsteuerung über Verkehrsumlegungen bis hin zum Qualitätsmanagement im Verkehr. Aufgrund einer sehr allgemeinen Datenfusionsschnittstelle ist das neue Verfahren außerdem in der Lage, nahezu beliebige (auch zukünftige) Arten von Verkehrsdaten und Detektionsmethoden zu integrieren. Insbesondere müssen existierende Erfassungssysteme nicht zwangsläufig ersetzt werden, sondern können den neuen Ansatz sogar gewinnbringend erweitern.



## Summary

Traffic and mobility are important ingredients of our daily lives. However, people and environment are suffering from inefficiency as well as, for instance, from traffic-induced air pollution and noise at the same time. As for road traffic in urban areas, the problems are quite obvious in many cases. That is why national and local authorities are (re-)discovering traffic management as an integrated component of traffic planning and control to overcome or at least reduce the negative effects of modern mobility.

Of course, there is no efficient traffic management without reliable traffic information. Despite that, urban traffic monitoring currently is still underdeveloped due to financial and technological constraints. Because of complex traffic dynamics and close-meshed road networks in urban areas, it is hardly possible to obtain good area-wide traffic information based on conventional local detectors only. On the other hand, mobile approaches such as floating car data often suffer from low penetration rates.

Because of that, a new data fusion method has been developed in the presented work. In its current version, it provides a cost-efficient way to estimate queue lengths at signalized intersections. Mainly based on common floating car data, the basic idea is to compare observed GPS positions with some model-based profiles of local traffic density. In this way, it is possible to gauge some kind of virtual traffic demand which can be consistently converted into the desired traffic state information afterwards using a simple traffic flow model.

This thesis describes the theoretical aspects of the new approach in detail. Moreover, it comprises extensive analyses based on simulated and real data to systematically evaluate the achievable accuracy of estimation. All in all, it is shown that promising results can be obtained even at very low penetration rates in simulation as well as in real-life conditions.

In addition, the applications of the new method are not limited to estimating queue lengths at traffic lights only as is discussed in the final conclusions at the end of this thesis. Theoretically, the principal ideas are also capable of dealing with unsignalized intersections as well as with other traffic state variables like delay time, traffic volume or various kinds of pollutant emissions.

Possible applications run from traffic signal planning to traffic assignment and quality management. Finally, due to its very general and flexible data fusion interface, the new approach will also be able to incorporate nearly arbitrary (even future) kinds of traffic data while taking advantage from additional detection methods and algorithms. Existing systems have not necessarily to be replaced but can be integrated efficiently into the new framework yielding further improvements of the quality of urban traffic monitoring.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort des Herausgebers .....</b>	<b>iii</b>
<b>Vorwort .....</b>	<b>v</b>
<b>Kurzfassung .....</b>	<b>vii</b>
<b>Summary .....</b>	<b>ix</b>
<b>Inhaltsverzeichnis .....</b>	<b>xi</b>
<b>1 Einführung .....</b>	<b>1</b>
1.1 Gesamtgesellschaftlicher Kontext.....	1
1.2 Verkehrslageerfassung an Lichtsignalanlagen .....	2
1.3 Ein neuer Ansatz zur Rückstaulängenschätzung.....	4
1.4 Aufbau der Arbeit .....	6
<b>I Theoretischer Teil .....</b>	<b>9</b>
<b>2 Die Ausgangssituation .....</b>	<b>11</b>
2.1 Das Nagel-Schreckenberg Modell.....	11
2.2 Analyse der Zuflussrate .....	14
<b>3 Verkehrsfluss und Rückstaulänge .....</b>	<b>17</b>
3.1 Struktur des Verkehrsflusses.....	17
3.1.1 Analyse der Abflussfunktion .....	17
3.1.2 Kritische Verkehrsnachfrage .....	19
3.1.3 Blockschema des Verkehrsflusses .....	20
3.2 Definition der Rückstaulänge.....	21
3.3 Die zeitunabhängige Rückstaulängenfunktion $\ell$ .....	24
<b>4 Profile lokaler Verkehrsdichte .....</b>	<b>29</b>
4.1 Die mittlere Verkehrsdichte am Ende der Sperrzeit .....	30
4.2 Die mittlere Verkehrsdichte während des Ampelumlaufs.....	36
4.3 Stationäre Verkehrsdichteprofile.....	41
<b>5 Rückstaulängenschätzung im Modell .....</b>	<b>45</b>
5.1 Verfahrensbeschreibung .....	45
5.2 Simulationsergebnisse bei konstanter Zuflussrate .....	48
5.2.1 Einfluss der Simulationsvorlaufzeit .....	49

5.2.2	Einfluss von Abdeckungsgrad und Meldeintervall.....	50
5.2.3	Einfluss von Datenfusion.....	51
5.2.4	Einfluss des Aggregationsgrades .....	55
5.2.5	Ausfallraten.....	57
5.3	Berücksichtigung instationärer Verkehrslagen .....	59
5.4	Berücksichtigung nicht-konstanter Zuflussraten .....	64
<b>6</b>	<b>Bewertung der theoretischen Ergebnisse .....</b>	<b>69</b>
<b>II</b>	<b>Praktischer Teil .....</b>	<b>71</b>
<b>7</b>	<b>Rahmenbedingungen .....</b>	<b>73</b>
7.1	Der Prozess der Verkehrsdatenerfassung.....	73
7.1.1	GPS-Ortung.....	74
7.1.2	Map-Matching.....	75
7.2	Festlegung des Untersuchungsgebietes .....	76
<b>8</b>	<b>Rückstaulängenschätzung mit Realdaten .....</b>	<b>79</b>
8.1	Potentielle Fehlerquellen .....	79
8.2	Verteilung realer Floating-Car-Daten.....	80
8.3	Auswertung der Daten (Testkreuzung 1) .....	82
8.3.1	Erste Ergebnisse .....	83
8.3.2	Integration von Geschwindigkeitsinformationen.....	85
<b>9</b>	<b>Integration weiterer Datenquellen .....</b>	<b>87</b>
9.1	Analyse verwendeter Geschwindigkeitsdaten .....	87
9.2	Auswertung der Daten (Testkreuzung 2) .....	89
9.2.1	Ergebnisse und Vergleich mit simulierten Rückstaulängen .....	89
9.2.2	Erfassung saisonaler Effekte.....	92
9.2.3	Abschätzung des realen FCD-Abdeckungsgrades.....	93
<b>10</b>	<b>Bewertung der praktischen Ergebnisse .....</b>	<b>95</b>
<b>11</b>	<b>Schlussfolgerungen .....</b>	<b>97</b>
<b>III</b>	<b>Anhang .....</b>	<b>99</b>
<b>A</b>	<b>Mathematische Grundlagen .....</b>	<b>101</b>
A.1	Diskrete Markovketten .....	101
A.2	Bedingte Erwartungen .....	104
<b>B</b>	<b>Ergänzende Analysen und Berechnungen .....</b>	<b>105</b>



---

B.1 Stationäre Wahrscheinlichkeiten beim Zuflussprozess.....	105
B.2 Monotonie der Zuflussrate .....	106
B.3 Berechnung der Abflussfunktion.....	107
B.4 Bestimmung der Blocklängen .....	113
B.5 Zeitabhängige Rückstaulängenfunktionen und lineare Approximationen.....	114
B.6 Technische Lemmata zur Staulängenfunktion $\ell$ .....	118
B.7 Nachweis der Normierungsbedingung in Lemma 4.1 .....	120
B.8 Alternative Optimierungskriterien für $a$ .....	121
B.9 Glättung simulierter Verkehrsdichteprofile .....	123
B.10 Weitere Kenngrößen zur Rückstaulänge.....	126
 <b>Glossar</b> .....	 <b>127</b>
<b>Symbolverzeichnis</b> .....	<b>131</b>
<b>Literaturverzeichnis</b> .....	<b>135</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b> .....	<b>144</b>
<b>Index</b> .....	<b>146</b>



# 1 Einführung

## 1.1 Gesamtgesellschaftlicher Kontext

Verkehr und Mobilität sind zentrale Bestandteile einer modernen Gesellschaft und bilden eine notwendige Voraussetzung für wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Wohlstand. Sie sichern den Austausch von Gütern im internationalen Wettbewerb und erlauben Menschen die Teilnahme am gesellschaftlichen Leben in Freizeit und Beruf (vgl. [Aca06, Bun08b, Wis09]). Eine gute Verkehrsinfrastruktur erhöht die Lebensqualität und fördert dabei die Attraktivität und Wettbewerbsfähigkeit eines Landes oder einer Region. Speziell für wirtschaftliches Wachstum und Beschäftigung im globalisierten Markt sind effiziente Verkehrssysteme unstrittig von besonderer Bedeutung (vgl. [Bun08a, Bun08b, Bun09]).

Dass jedoch etwa in Europa trotz dieses Bewusstseins das Ziel einer möglichst störungsfreien Abwicklung des Verkehrs (vgl. [Wis09]) gegenwärtig nur eingeschränkt erreicht wird, zeigt die Halbzeitbilanz zum Verkehrsweißbuch der Europäischen Kommission [Eur06]. Der volkswirtschaftliche Schaden allein aufgrund von Staus im Straßenverkehr wird darin auf etwa 1% des Bruttoinlandsprodukts geschätzt, was beispielsweise für Deutschland staubedingte Kosten in Höhe von mehr als 20 Mrd. Euro pro Jahr bedeutet (s. [Bun08b]). Gründe für Störungen im Verkehrsablauf sind dabei temporäre Kapazitätsengpässe im Straßennetz (z.B. aufgrund von Baustellen oder Unfällen) aber auch ein hohes Verkehrsaufkommen an sich, das mit der gegenwärtig vorhandenen Infrastruktur ohne weitere Maßnahmen nicht zufriedenstellend bewältigt werden kann (vgl. [Bun08b]).

Dabei ist mit Blick auf aktuelle Verkehrsprognosen (z.B. [Aca06]), die eine insgesamt stark zunehmende Verkehrsnachfrage für die nächsten Jahre und Jahrzehnte vorhersagen, zukünftig mit einer weiteren Verschärfung der bereits bestehenden Probleme zu rechnen. Hinsichtlich einer nachhaltigen Mobilität sind darüber hinaus drängende klima- und energiepolitische Fragen etwa in Bezug auf CO<sub>2</sub>-Emissionen und Ressourcenknappheit zu klären. Ferner kommen insbesondere in Ballungsräumen mit Feinstaubbelastung und Lärm zusätzliche negative Umweltwirkungen hinzu, die zumindest abgemildert werden müssen (vgl. [Bun07, Bun08b]).

Neben technologischen Entwicklungen im Fahrzeugbau (vgl. [Bun08b]) wird dabei dem umfassenden Verkehrsmanagement hinsichtlich der Lösung der genannten Probleme allgemein eine große Bedeutung beigemessen (vgl. [Aca06, BB05, Bun08b, Wis09]). Durch eine konsequente Optimierung des Verkehrsablaufs und der verkehrsrelevanten Prozesse (z.B. Störungsmanagement) können vorhandene Kapazitäten im Straßennetz etwa mit Maßnahmen der Verkehrsbeeinflussung oder der dynamischen Verkehrslenkung deutlich besser als bisher ausgenutzt werden. Störungen sowie die damit verbundenen erhöhten Umweltbelastungen und Reisezeitverluste werden vermieden oder zumindest auf ein Minimum reduziert. Speziell im innerstädtischen Verkehr bietet beispielsweise die verkehrsadaptive Optimierung und Koordinierung von Lichtsignalanlagen ein großes Potential (vgl. [Bun08b]). Durch die Reduzierung ampelbedingter Standzeiten und Anfahrprozesse können in diesem Zusammenhang unnötiger Kraftstoffverbrauch und damit unnötige Schadstoff- und Feinstaubemissionen verhindert werden. Ferner verkürzen derartige Maßnahmen die Reisezeiten der Verkehrsteilnehmer und erhöhen so insgesamt die Effizienz des innerstädtischen Straßenverkehrs.

Ein umfassendes Verkehrsmanagement hat somit positive Auswirkungen auf nahezu alle drängenden Probleme des Verkehrs und ist deshalb ein zunehmend wichtiges Instrument der nationalen, regionalen und kommunalen Verkehrsplanung (vgl. [BBB<sup>+</sup>09, Bun08b, SKS09, Wis09]). Essentielle Grundlage und notwendige Voraussetzung ist dabei aber stets die verlässliche Erfassung von aktuellen Verkehrsdaten. Gerade im Hinblick auf die Vorhersage des Verkehrsablaufs

und die Entwicklung optimaler kurz- bzw. mittelfristiger Verkehrsbeeinflussungsstrategien sowie deren zwingend erforderliche, kontinuierliche Überwachung im Sinne eines effektiven Qualitätsmanagements ist eine zuverlässige und flächendeckende Verkehrslageerfassung unabdingbar (vgl. [Aca06, BB05, Bun08b, PTV09]).

Dennoch ist man gegenwärtig sowohl in technischer Hinsicht als auch aus finanziellen Gründen von einem solchen Idealzustand vielfach noch weit entfernt. Eine flächendeckende Verkehrsdatengenerierung ist vielerorts nicht gegeben, und auch die Qualität der erfassten Daten wird in vielen Fällen den gestellten Anforderungen nicht gerecht (vgl. [Aca06, Hil09, Wis09]). Vor allem beim innerstädtischen Verkehr, wo die im Vergleich zu Fernstraßen deutlich komplexere Verkehrsdynamik eine besonders engmaschige Detektion erfordert, sind in diesem Zusammenhang klare Defizite zu sehen (vgl. [Aca06]).

Angesichts der zunehmenden Notwendigkeit einer nachhaltigen und effizienzorientierten Verkehrsentwicklung im urbanen Raum (vgl. [Bun07, Bun08b]) muss das Ziel daher insbesondere die Verbesserung des innerstädtischen Verkehrsmonitorings sein. Dabei liegt ein wesentlicher Fokus auf den lichtsignalgesteuerten Knotenpunkten, die häufig die kapazitätsbestimmenden Nadelöhre städtischer Verkehrsnetze darstellen (vgl. [SL97]) und die wegen der vor allem dort entstehenden Staus und Wartezeiten in besonderer Weise für verkehrsbedingte Emissionen und erhöhten Kraftstoffverbrauch verantwortlich sind.

### 1.2 Verkehrslageerfassung an Lichtsignalanlagen

Gegenwärtig stützt sich die Erfassung der Verkehrszustände an Lichtsignalanlagen (LSA) – sofern überhaupt eine Detektion vorgenommen wird – hauptsächlich auf ortsfeste Sensoren. Hauptdatenquelle sind in diesem Zusammenhang Induktionsschleifendetektoren, die im Wesentlichen die Verkehrsstärke, die Anwesenheit von Fahrzeugen inklusive der Belegungszeiten sowie die Zeitlücken zwischen jeweils zwei aufeinanderfolgenden Fahrzeugen messen (vgl. [BB05, For03b]). Je nach Lage im Netz erfüllen derartige Detektoren dabei unterschiedliche Aufgaben. Bei größerer Entfernung zur Lichtsignalanlage ( $> 100\text{m}$ ) steht meist die strategische Überwachung der Kantenbelastung im Vordergrund. Schleifendetektoren in kürzerem Abstand zur Haltelinie ( $\approx 30\text{m}$ ) dienen hingegen in der Regel als Datenlieferant für eine verkehrsadaptive Schaltung der Lichtsignalanlage im Sinne einer einfachen Zeitlückensteuerung (vgl. [For03a]). Rückstaulängen oder Wartezeiten, die neben ihrer Bedeutung als grundlegende Maße für die Verkehrsqualität an Knotenpunkten (vgl. [GMR09]) als wichtige Kenngrößen bei der netzorientierten Optimierung und Koordinierung von Lichtsignalanlagen verwendet werden (vgl. [FMA<sup>+</sup>03, Fri97, Muc02]), können in beiden Fällen nicht direkt gemessen werden<sup>1</sup> und müssen daher über Verfahren oder Modelle aus vorhandenen Daten abgeleitet werden.

Einfache Ansätze basieren dabei auf der Bilanzierung von Zu- und Abfluss an der Lichtsignalanlage, wobei die Zählung der abfließenden Fahrzeuge aufgrund fehlender Detektoren häufig auch durch ein meist deterministisches Abflussmodell ersetzt wird (vgl. [BR99]). Eine vergleichsweise bekannte Methode zur Ermittlung der Rückstaulängen an Lichtsignalanlagen auf Basis halteliniennaher Schleifendetektoren ist ferner das Schätzverfahren von Mück (vgl. [For03b, Fri04]), das im Kern die empirisch beobachtete Beziehung zwischen maximaler Staulänge und einer auf Grundlage der Füllzeit<sup>2</sup> eines solchen Detektors berechneten Staukennzahl ausnutzt (s.

---

<sup>1</sup>Lediglich eine sehr grobe Schätzung der Rückstaulänge ist im Fall der Dauerbelegung eines Schleifendetektors möglich. Zumindest wenn der Detektor im typischen Rückstaubereich der Lichtsignalanlage liegt, kann aus dem über dem Detektor stehenden Fahrzeug darauf geschlossen werden, dass der Rückstau mindestens den Bereich zwischen Haltelinie und Induktionsschleife füllt (vgl. [For03b]). Die Länge eines möglicherweise darüber hinausreichenden Rückstaus kann ohne zusätzliche Überlegungen allerdings nicht näher ermittelt werden.

<sup>2</sup>Die Füllzeit eines Schleifendetektors meint hier die Zeit ab dem Beginn der Sperrzeit bis zur Dauerbelegung des Detektors.

[Müc02]).

Um mit den genannten Methoden jedoch eine letztlich flächendeckende Verkehrslageerfassung gerade in städtischen Netzen zu gewährleisten, wäre in der Regel eine deutlich größere Anzahl an Detektoren erforderlich als derzeit verfügbar ist (vgl. [Aca06]). Angesichts hoher Kosten ist ein entsprechend umfangreicher Ausbau der Detektionsinfrastruktur allerdings eher unwahrscheinlich. Die Lösung liegt vielmehr in der Entwicklung neuer Verfahren und Technologien, die bei möglichst geringen Kosten zusätzliche und qualitativ hochwertige Verkehrsinformationen liefern. Ein Ansatz in diesem Zusammenhang ist die Verkehrslageerfassung mit Videodetektionssystemen, bei denen das Verkehrsgeschehen mit digitalen Kameras beobachtet wird (vgl. [BB05, For03b]). Mittels geeigneter Bildverarbeitungsalgorithmen können schließlich Fahrzeuge auf den Bildern automatisch erkannt werden, sodass sich relevante Verkehrskenngrößen wie Verkehrsstärken oder speziell die Rückstaulänge an Lichtsignalanlagen auch ohne Kenntnis der genauen Sperr- und Freigabezeiten direkt ermitteln lassen. Dabei ist der Detektionsbereich in natürlicher Weise allerdings auf das Sichtfeld der Kamera begrenzt, sodass es – wie im Übrigen bei den zuvor genannten, auf Schleifendaten basierenden Verfahren auch (vgl. [BR99, Müc02]) – jeweils eine konzeptionelle Ober- und Untergrenze für korrekt erfassbare Rückstaulängen gibt. Hinzu kommen Schwierigkeiten bei der automatischen Bildverarbeitung im Fall von Verschmutzungen oder ungünstigen Licht- bzw. Witterungsverhältnissen. Je nach Anbringungsort der Kamera ist ferner eine mögliche Verdeckung von Fahrzeugen untereinander nicht auszuschließen (vgl. [BB05]). Grundsätzlich ohne diese Probleme kommt die sogenannte Floating-Car-Technologie (vgl. [BB05, For03b]) aus. Hierbei werden im Verkehr „mitschwimmende“ Fahrzeuge (Floating Cars) als mobile Sonden eingesetzt, die in regelmäßigen Zeitabständen ihre jeweils aktuelle Position sowie gegebenenfalls weitere Daten wie aktuelle Geschwindigkeiten, etc. an eine Datenzentrale senden. Möglich wird dieser Ansatz einer flächendeckenden Verkehrslageerfassung insbesondere durch moderne Mobilkommunikations- und Ortungstechnologien (z.B. Galileo, GPS). Mittels Aufbereitung der Positionsdaten durch Map-Matching und Trajektorienbildung (vgl. [BPW07, STB<sup>+</sup>02]) können schließlich leicht aktuelle Reisezeiten, wie sie mit herkömmlichen Methoden nicht messbar sind (vgl. [For03b]), für die von Floating Cars befahrenen Abschnitte insbesondere städtischer Verkehrsnetze ermittelt werden. Entsprechende Systeme betreibt etwa das Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) am Institut für Verkehrssystemtechnik bereits seit einigen Jahren erfolgreich in mehreren deutschen Städten wie Hamburg oder Berlin (vgl. [BPW07]).

Dennoch spielen sogenannte Floating-Car-Daten (FCD) im städtischen Verkehrsmanagement (speziell an Lichtsignalanlagen) gegenwärtig nur eine untergeordnete Rolle. Ursache hierfür ist unter anderem die Tatsache, dass sich routenbezogene Reisezeitinformationen typischer FCD-Systeme konzeptionell besser für Navigationszwecke als etwa für die Ermittlung optimierter LSA-Steuerungen eignen. Vor allem aber verhindert die nach wie vor nur sehr geringe Verbreitung von Floating Cars (vgl. [BB05]) bislang eine hochauflösende und zeitaktuelle Verkehrslageerfassung. Mit dem Ziel, die Vorteile einer flächendeckenden Detektion mit einer hohen Penetrationsrate zu kombinieren, wurde daher in den letzten Jahren untersucht, inwieweit aus vorhandenen Mobilfunkdaten FCD-ähnliche Informationen gewonnen werden können (vgl. [Bun08c]). Grundlage hierfür sind die Positionsdaten von Mobiltelefonen, die von Mobilfunkanbietern kostengünstig bereitgestellt werden können. Durch eine Analyse der Bewegungsmuster kann dabei jeweils identifiziert werden, welche Mobiltelefone aktuell etwa in einem Kraftfahrzeug mitgeführt werden, wodurch wiederum direkt auf die Position der Fahrzeuge im Netz geschlossen werden kann. Angesichts der inzwischen starken Verbreitung von Mobiltelefonen erlaubt dies im Vergleich zu den Möglichkeiten heutiger FCD-Flotten schließlich die Erfassung von wesentlich mehr Fahrzeugen im Straßenverkehr (vgl. [Sch08]).

Sämtliche Ansätze im Kontext der sogenannten Floating-Phone-Daten (FPD) leiden allerdings bisher unter einer vergleichsweise hohen Ortungsungenauigkeit, die teilweise mehrere hundert Meter betragen kann (vgl. [Sch08]) und damit weit von aktuellen FCD-Standards entfernt ist. Eine hinreichend genaue Verkehrslagedetektion im innerstädtischen Bereich auf Basis der Mobilfunkortung ist daher angesichts dichter Netzstrukturen gegenwärtig nur sehr eingeschränkt möglich (vgl. [WL08, WW08]). Insbesondere die verlässliche und möglichst exakte Erfassung von Verkehrszuständen an Lichtsignalanlagen und Knotenpunkten, wie sie für ein effizientes, innerstädtisches Verkehrsmanagement von großer Bedeutung ist, ist trotz einzelner theoretischer Ansätze (s. [HK02a, HK02b]) mit derartigen Technologien derzeit nicht realisierbar.

Aktuelle Überlegungen gehen daher wiederum in Richtung möglichst exakter Ortungsverfahren, kombinieren diese allerdings zusätzlich mit Möglichkeiten, die sich aus der lokalen Kommunikation zwischen Fahrzeugen und der Verkehrsinfrastruktur (z.B. LSA) ergeben (vgl. [Akt08, BBK<sup>+</sup>09, PF08a, PF08b]). Indem etwa Fahrzeuge frühzeitig, d.h. nicht erst auf Höhe der klassischen Schleifendetektoren, ihre Positionen an die nächste Lichtsignalanlage übermitteln, kann diese theoretisch optimal auf den zufließenden Verkehr reagieren. Umgekehrt kann die Übertragung von Restgrün- oder Restrotzeiten an die Fahrzeuge eine angepasste und kraftstoffeffiziente Fahrweise unterstützen (vgl. [Akt08, BBK<sup>+</sup>09, PF08a]). Darüber hinaus gibt es unter anderem erste theoretische Überlegungen, inwieweit die sogenannten C2I-Daten<sup>3</sup>, d.h. die Positionsdaten der entsprechend ausgestatteten Fahrzeuge beispielsweise zur Verbesserung der Rückstaulängenschätzung an Lichtsignalanlagen beitragen können (vgl. [PF08a, PF08b]).

Allerdings sind gegenwärtig längst nicht alle Fragen hinsichtlich C2I geklärt, wie die aktuellen Forschungsanstrengungen in diesem Bereich (vgl. [Akt08, Bun08b]) belegen. Angesichts der ungewissen und durchaus umstrittenen Zukunft von C2I sollte es daher das Ziel sein, aus bereits vorhandenen und erfolgreich betriebenen Datenquellen einen möglichst großen Nutzen zu ziehen, ohne jedoch die Integration zukünftiger Technologien auszuschließen.

Der Schlüssel hierzu liegt in der Entwicklung innovativer Algorithmen zur Datenauswertung in Verbindung mit sogenannter Datenfusion<sup>4</sup> (vgl. [Aca06, Bun08b]). Ziel ist dabei die intelligente und zugleich flexible Zusammenführung möglichst aller verfügbaren und relevanten Verkehrsinformationen zum Zweck der Vervollständigung und Qualitätssteigerung der Verkehrslageerfassung, wobei in diesem Zusammenhang vor allem im urbanen Bereich ein großes Nutzenpotential liegt.

### 1.3 Ein neuer Ansatz zur Rückstaulängenschätzung

Mit Blick auf die häufig kapazitätsbestimmenden (vgl. [SL97]), lichtsignalgesteuerten Knotenpunkte städtischer Verkehrsnetze liefert die vorliegende Arbeit einen neuen, statistischen Ansatz zur Ermittlung der zugehörigen Rückstaulängen, der in besonderer Weise die genannten Anforderungen erfüllt. Basierend auf Daten existierender Floating-Car-Systeme stellt er zugleich eine äußerst flexible Datenfusionsschnittstelle bereit, die bereits frühzeitig<sup>5</sup> die Integration prak-

---

<sup>3</sup>C2I steht für „car-to-infrastructure“ und bezeichnet Ansätze und Technologien im Zusammenhang mit der Kommunikation zwischen Fahrzeugen und Verkehrsinfrastruktur. Ähnliche Abkürzungen sind C2C (car-to-car) für die Kommunikation von Fahrzeugen untereinander und C2X als Oberbegriff für C2I und C2C.

<sup>4</sup>Datenfusion ist ein durchaus umfassender Begriff (vgl. [For03b]). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist zumeist allerdings speziell die zweite Ebene des in [For03b] detailliert beschriebenen Datenfusionsprozesses, d.h. die Verbindung von Daten mehrerer Quellen desselben Streckenabschnitts gemeint (vgl. Glossar).

<sup>5</sup>Eine einfache Form der Datenfusion (auf Ergebnisebene bzw. „Ergebnisfusion“, vgl. Abb. 1-1a) besteht darin, unabhängig voneinander die Daten verschiedener Datenquellen auszuwerten und abschließend einen Mittelwert der Einzelergebnisse zu bilden (vgl. [Neu07b]). Der eigentliche Vorteil einer Datenfusion liegt allerdings dann vor, wenn bereits bei der unmittelbaren Datenauswertung eine Zusammenführung der verfügbaren Verkehrsinformationen erfolgt. Insbesondere die Verbreiterung der Datenbasis durch komplementäre Informationen in den Daten unterschiedlicher Quellen erlaubt dabei eine verlässlichere Verkehrslageschätzung als mit einer lediglich nachträglichen Mittelwertbildung möglich ist.

tisch beliebiger Zusatzinformationen ermöglicht. Dies können beispielsweise sowohl gemessene Verkehrsdaten weiterer, aktuell oder zukünftig verfügbarer Datenquellen als auch unscharfe Informationen oder Einschätzungen von Experten sein. Aber auch ohne zusätzliche Daten erlaubt die Nutzung der FCD-Technologie als Basisdatenquelle bereits eine flächendeckende Verkehrslageerfassung. Insbesondere existieren – anders als etwa bei den auf Kameradaten basierenden Ansätzen (vgl. [BB05, For03b]) oder dem Verfahren von Mück (s. [Müc02]) – keine konzeptionellen Ober- bzw. Untergrenzen bei der detektierbaren Staulänge.

Allgemein betrachtet gibt es nun im Zuge der Verkehrslageerfassung grundsätzlich zwei Wege. Entweder werden die gesuchten Verkehrslagekenngrößen durch geeignete Sensoren bzw. durch die geschickte Anordnung von Detektoren direkt messbar gemacht<sup>6</sup> oder sie müssen aus anderen Daten über den Einsatz passender Modelle hergeleitet werden<sup>7</sup>. Die Spannweite reicht dabei von einfachen formelmäßigen Beziehungen zwischen Mess- und Zielgröße bis hin zu komplexen Verkehrsflussmodellen.

Auch der in der vorliegenden Arbeit vorgestellte Ansatz gehört zur Gruppe der modellbasierten Verfahren. Ohne dabei die umfangreichen Details des neuen Verfahrens vorwegzunehmen, können zumindest dessen Grundzüge im Sinne eines ersten Einblicks an dieser Stelle kurz skizziert werden. Ein besonderes Augenmerk liegt in diesem Zusammenhang auf der räumlichen Verteilung der zugrundeliegenden Floating-Car-Daten. Unter bestimmten Annahmen lässt sich nämlich zeigen, dass die Lage der zugehörigen Positionsmeldungen insbesondere mit der jeweils lokalen Verkehrsdichte im Netz korreliert. Mit Blick auf die Schätzung von Rückstaulängen an Lichtsignalanlagen lassen sich beispielsweise sehr deutlich die regelmäßigen Warteschlangen an einer erhöhten Anzahl an FCD-Meldungen aus dem räumlichen Umfeld der jeweiligen Haltelinien ablesen. Dass die präzisen Proportionen dieses zahlenmäßigen Anstiegs dabei maßgeblich von der Länge und Häufigkeit der Rückstaus bzw. allgemeiner von der Verkehrslage, d.h. bei gegebenen Kapazitäten insbesondere von der Verkehrsnachfrage abhängen, versteht sich von selbst.

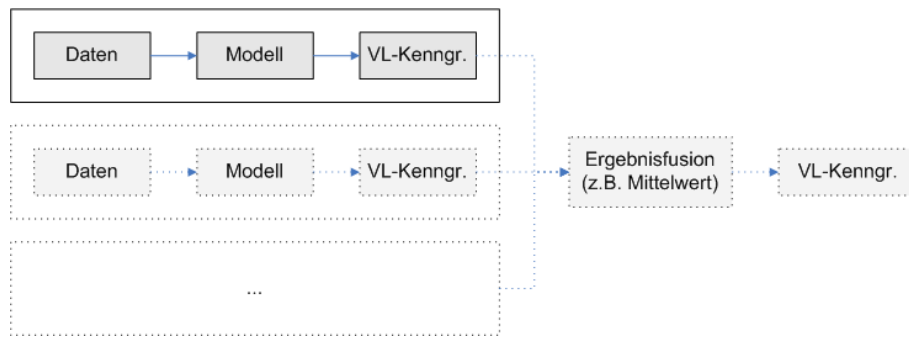
Genau an dieser Stelle setzt das später noch ausführlich beschriebene Verfahren mit einem mikroskopischen Verkehrsflussmodell an, das mit Hilfe eines darauf aufbauenden Markovketten- bzw. Warteschlangenmodells parametrisiert über die Verkehrsnachfrage eben diese Proportionen für zunächst isolierte Lichtsignalanlagen quantifiziert und somit eine statistische Beziehung zwischen der Rückstaulänge und den jeweils gemessenen Floating-Car-Daten herstellt. Die eigentliche Schätzung der zunächst unbekannten (stationären<sup>8</sup>) Warteschlangenlänge an der betrachteten Lichtsignalanlage erfolgt dann im Rahmen einer sogenannten Maximum-Likelihood-Schätzung so, dass unter allen im Modell möglichen Verkehrszuständen derjenige ausgewählt wird, der die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der beobachteten Konstellation an Floating-Car-Daten maximiert.

Im Gegensatz zu vielen herkömmlichen Methoden mit ggf. nachträglicher Ergebnisfusion (vgl. Abb. 1-1a) zeichnet sich das Verfahren dabei durch eine besondere Robustheit und Flexibilität aus. Dies hängt zum einen mit der Tatsache zusammen, dass insbesondere Eingangs- und Modelldaten, d.h. gemessene Floating-Car-Daten und modellbasierte Beschreibungen möglicher Verkehrslagen in gewisser Weise gleichberechtigt miteinander abgeglichen werden (vgl. Abb. 1-1b), sodass Schwächen im Modell oder in den Daten – zumindest teilweise – wechselseitig korrigiert werden können. Mit anderen Worten führen Fehler oder Ungenauigkeiten in den Eingangsdaten bzw. im Modell anders als im herkömmlichen Konzept nicht zwingend zu Fehlern im Ergebnis.

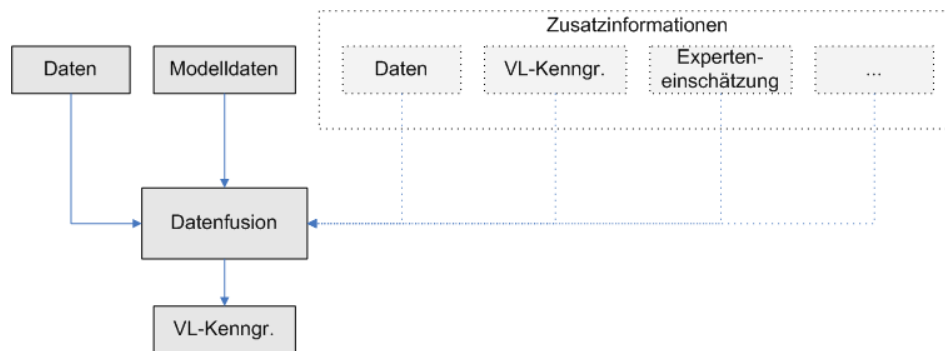
<sup>6</sup>Bezogen auf die Rückstaulänge an Lichtsignalanlagen kann im Allgemeinen beispielsweise die Videodetektion zu dieser Gruppe von Methoden gezählt werden.

<sup>7</sup>Bekanntes Beispiel für die modellgestützte Ermittlung der Rückstaulänge an Lichtsignalanlagen ist das Verfahren von Mück (s. [Müc02]).

<sup>8</sup>Für Details s. Kapitel 4.



(a) Herkömmlicher Ansatz mit Ergebnisfusion



(b) Datenfusion im neuen Ansatz

**Abbildung 1-1:** Verfahrenskonzepte der modellbasierten Verkehrslageerfassung.  
(optionale Bestandteile gestrichelt)

Zum anderen gibt es im Rahmen des oben skizzierten Algorithmus die bereits angedeutete Möglichkeit, auf Grundlage potentiell verfügbarer Zusatzinformationen bestimmte Verkehrszustände bei der Rückstaulängenschätzung gezielt auszuschließen oder unterschiedlich stark zu berücksichtigen. Realisiert wird diese Form einer echten Datenfusion durch die Einführung beliebig definierbarer a-priori-Gewichte im Zuge der genannten Maximum-Likelihood-Schätzung<sup>9</sup>. Dabei können als Zusatzinformationen neben weiteren Detektordaten oder Experteneinschätzungen konzeptionell insbesondere die Ergebnisse beliebiger, vorgeschalteter Verfahren zur Datenauswertung Verwendung finden. Existierende Algorithmen und Detektionsmethoden (z.B. entsprechend Abb. 1-1a) werden folglich nicht zwingend ersetzt, sondern können bei Bedarf sogar gewinnbringend in den neuen Ansatz integriert werden.

## 1.4 Aufbau der Arbeit

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die detaillierte Beschreibung der zentralen Bestandteile und Algorithmen des neuen Verfahrens zur Schätzung der Rückstaulänge an Lichtsignalanlagen sowie die Bewertung der damit im Zuge theoretischer und praktischer Untersuchungen erzielten Ergebnisse. Die wesentliche Grundlage bildet hierfür im theoretischen Teil I der Arbeit zunächst die sorgfältige Analyse der Verkehrsdichteprofile auf Straßenabschnitten mit lichtsignalgesteuertem Abfluss (s. Kap. 2 bis 4) auf der Basis eines bekannten, mikroskopischen Verkehrsflussmodells mit auch für sich genommen interessanten, neuen Ergebnissen. Dabei zeigt sich die Notwendigkeit einer integrierten Betrachtungsweise, die neben den in Abhängigkeit von den Modellparametern

<sup>9</sup>Eine ausführliche, auch formelmäßige Beschreibung des Konzepts findet sich in Abschnitt 5.1.



(Verkehrsnachfrage, Geschwindigkeit, Sperr-/Freigabezeiten, ...) erstmals exakt bestimmten Zu- und Abflussraten insbesondere die ansonsten meist vernachlässigte, räumlich-zeitliche Struktur des Ampelrückstaus berücksichtigt.

Die konkrete Formulierung des eigentlichen Rückstaulängenschätzers sowie die Testergebnisse einer umfangreichen Simulationskampagne, die unter anderem den Nutzen der Datenfusion belegen, folgen schließlich in Kapitel 5. Einige ergänzende Aspekte im Zuge der Verallgemeinerung der bis dahin entwickelten Theorie sowie eine abschließende Gesamteinschätzung der erzielten Ergebnisse (s. Kap. 6) runden den theoretischen Teil I der Arbeit ab.

Die praktischen Untersuchungen (s. Teil II) beginnen naturgemäß mit der Formulierung der wesentlichen Rahmenbedingungen inklusive einer kurzen Beschreibung des verwendeten Taxi-FCD-Systems zur Erfassung der benötigten Floating-Car-Daten (s. Kap. 7). Im Anschluss an die nähere Festlegung des Untersuchungsgebiets mit zwei detailliert beschriebenen Testkreuzungen sowie nach der Identifizierung möglicher Fehlerquellen, die im Rahmen der simulationsgebundenen Analysen zuvor ignoriert wurden, beschäftigen sich die Ausführungen unter anderem mit dem Problem der Kalibrierung des neuen Verfahrens (s. Kap. 8).

Die konkrete Auswertung der verfügbaren Floating-Car-Daten ist im Folgenden zentraler Bestandteil des restlichen Kapitels 8 sowie des Kapitels 9. Gerade im Fall der zweiten Testkreuzung liegt dabei ein besonderes Augenmerk auf der Integration zusätzlicher Informationen im Sinne einer Datenfusion und der dadurch erzielbaren Verbesserung der Ergebnisqualität. Basierend auf den Resultaten ist das Kapitel 10 schließlich der zusammenfassenden Bewertung des Potentials des neuen Ansatzes bei Anwendung auf Realdaten gewidmet.

Einige Schlussfolgerungen am Ende bündeln darüber hinaus in einer zum Teil allgemeineren Perspektive noch einmal die wesentlichen Erkenntnisse der vorigen Kapitel und geben einen Ausblick auf mögliche Weiterentwicklungen im Zuge der weiteren Forschung sowie auf potentielle Einsatzgebiete in der verkehrlichen Praxis.

In Ergänzung zu den Ausführungen des Hauptteils der vorliegenden Arbeit liefert der Anhang A (s. Teil III) bei Bedarf ferner relevantes, mathematisches Hintergrundwissen über diskrete Markovketten sowie bestimmte Aspekte bedingter Erwartungen, wie sie in Kapitel 4 an einer Stelle zum Einsatz kommen. Gerade für eine Vertiefung des Verständnisses der im Teil I entwickelten Theorie kann im Übrigen eine Konsultation des Anhangs B empfohlen werden, der neben einzelnen, ausführlichen Rechnungen insbesondere zahlreiche, weiterführende Inhalte inklusive einiger mathematischer Beweise enthält.

Mehrere Verzeichnisse zum einfachen Auffinden von Informationen sowie ein kurzer Glossar mit kompakten Definitionen relevanter Fachbegriffe runden den Text der vorliegenden Arbeit ab.



**Teil I.**

**Theoretischer Teil**



## 2 Die Ausgangssituation

Wie bereits in der Einführung erwähnt, handelt es sich bei dem im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelten Verfahren zur FCD-basierten Rückstaulängenschätzung an Lichtsignalanlagen um einen modellgestützten Ansatz. Dabei spielt die funktionale Beziehung zwischen Verkehrsnachfrage, Rückstaulänge und Verkehrsdichte auf jeweils isoliert betrachteten Straßensegmenten eine zentrale Rolle. Die grundsätzliche Idee des neuen Verfahrens ist es in diesem Zusammenhang, zunächst die räumliche Verteilung der jeweils beobachteten Floating-Car-Positionen eines Straßenabschnitts (ggf. unter Verwendung zusätzlicher Informationen) mit geeigneten, modellbasierten Verkehrsdichteprofilen zu vergleichen und daraus die aktuelle Verkehrsnachfrage zu schätzen. Ausgehend davon kann schließlich in konsistenter Weise, d.h. im Rahmen desselben Modells die Rückstaulänge ermittelt werden<sup>1</sup>.

Bei der Auswahl eines geeigneten Verkehrsflussmodells ist folglich mit Blick auf die praktische Anwendbarkeit des Verfahrens zu beachten, dass die Wirklichkeit selbstverständlich möglichst realistisch abgebildet wird. Insbesondere müssen bedingt durch die Fragestellung zusätzliche Elemente wie Lichtsignalanlagen problemlos integriert werden können. Zugleich sollte das Modell aber auch einer umfassenden mathematischen Analyse zugänglich sein, um ein möglichst genaues, theoretisches Verständnis der funktionalen Zusammenhänge aller relevanten Verkehrskenngrößen zu ermöglichen.

In Frage kommen daher insbesondere mikroskopische Simulationsmodelle, die den Verkehrsfluss detailliert auf Ebene der einzelnen Fahrzeuge abbilden (vgl. [For06, Hel01]), wobei sich das nach Kai Nagel und Michael Schreckenberg benannte Nagel-Schreckenberg Modell (s. [NS92]) aufgrund seiner anschaulichen Dynamik als besonders geeignet herausgestellt hat. Es bildet die theoretische Grundlage der vorliegenden Arbeit.

### 2.1 Das Nagel-Schreckenberg Modell

Das Nagel-Schreckenberg Modell gehört zur Klasse der sogenannten Zellularautomaten (vgl. [Hel01, MM05]). Ursprünglich für die Simulation von Schnellstraßenverkehr entwickelt (s. [NS92]), kann es erfolgreich auch zur Modellierung von innerstädtischem Verkehr genutzt werden (vgl. [BBS<sup>+</sup>01, BW99]). Dabei wird ein einspuriger Straßenabschnitt in kurze Segmente, sogenannte Zellen unterteilt, die jeweils entweder leer oder mit genau einem Fahrzeug besetzt sein können. In Übereinstimmung mit der durchschnittlichen, effektiven Fahrzeuglänge<sup>2</sup> hat jede Zelle des so entstehenden Gitters dieselbe Länge von etwa 7.5m (vgl. [MM05, NS92]). Die Dynamik des Modells vollzieht sich schließlich in diskreter Zeit, bei der die einzelnen Fahrzeuge in jedem Zeitschritt gemäß gewissen Regeln von Zelle zu Zelle „springen“<sup>3</sup> (vgl. Abb. 2-1). Als Dauer eines Zeitschritts wird dabei meist 1 Sekunde gewählt, was in etwa der typischen Reaktionszeit eines Fahrers entspricht (vgl. [MM05]).



**Abbildung 2-1:** Schematische Darstellung des Nagel-Schreckenberg Modells.

<sup>1</sup>Die detaillierte Beschreibung des Verfahrens folgt in Kapitel 5.

<sup>2</sup>Gemeint ist der Raum, den ein typisches Fahrzeug inklusive des Abstandes zum vorausfahrenden Fahrzeug bei Stillstand im Stau durchschnittlich einnimmt (vgl. [MM05, NS92]).

<sup>3</sup>Daher kommt auch der Name „particle hopping models“ für derartige Zellularautomaten (vgl. [Nag96]).

Seien nun die Zellen des Modells in Fahrtrichtung von 1 bis  $N$  durchnummeriert, so sind die Updateregeln des Nagel-Schreckenberg Modells bei in jedem Zeitschritt paralleler Anwendung auf alle Fahrzeuge des Systems wie folgt definiert (s. [NS92]):

$$v_i(t + \frac{1}{2}) = \min\{v_i(t) + 1, d_i(t), v_{\max}\} \quad (2.1)$$

$$v_i(t + 1) = \begin{cases} \max\{v_i(t + \frac{1}{2}) - 1, 0\} & \text{mit Wahrscheinlichkeit } p \\ v_i(t + \frac{1}{2}) & \text{mit Wahrscheinlichkeit } 1 - p \end{cases} \quad (2.2)$$

$$x_i(t + 1) = x_i(t) + v_i(t + 1) \quad (2.3)$$

Hier sind  $v_i(t)$  bzw.  $x_i(t)$  die Geschwindigkeit und die Position (d.h. Zellennummer) des  $i$ -ten Fahrzeugs zur Zeit  $t$ , wobei sämtliche Größen in Anlehnung an die gängige Praxis zellulärer Automaten in der Verkehrsmodellierung (vgl. [MM05]) zur Vereinfachung der Notation als dimensionslos betrachtet werden. Der Parameter  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  bezeichnet die in Zellen pro Zeitschritt gemessene, maximale Geschwindigkeit im Modell, und  $p \in [0, 1]$  erzeugt als sogenannte Slowdown-Wahrscheinlichkeit gewisse zufällige Fluktuationen im Verkehrsfluss. Aus Gründen der Einfachheit sei im Rahmen der vorliegenden Arbeit aber stets  $p = 0$  gewählt, wodurch sich sämtliche Analysen auf den Fall deterministischen Fahrverhaltens konzentrieren können<sup>4</sup>. Die Funktion  $d_i(t)$  in (2.1) gibt schließlich jeweils für das  $i$ -te Fahrzeug die Anzahl freier Zellen zum vorausfahrenden Fahrzeug zur Zeit  $t$  an. Im Fall, dass die Fahrzeuge im System jeweils in Fahrtrichtung aufsteigend durchnummeriert sind, ist  $d_i(t)$  gemäß

$$d_i(t) := x_{i+1}(t) - x_i(t) - 1 \quad (2.4)$$

definiert.

Für die Ränder des Gitters seien ferner im Folgenden stets offene Randbedingungen vorausgesetzt (vgl. Abb. 2-1). Unter Annahme einer Fahrtrichtung von links nach rechts werden dabei Fahrzeuge mit einer gewissen Zuflusswahrscheinlichkeit  $q$  am linken Rand eingesetzt, bevor sie das System nach Durchqueren des Straßenabschnitts am rechten Rand nach bestimmten Vorgaben wieder verlassen. Bekanntlich wird das Systemverhalten des Nagel-Schreckenberg Modells sowie verwandter Modelle in diesem Kontext wesentlich von Zu- und Abfluss bestimmt (vgl. [BHS<sup>+</sup>02, Hua08, PSS08, SD93]), weshalb im Folgenden zunächst ein besonderes Augenmerk auf die Analyse der Randbedingungen gelegt werden soll.

Am rechten Rand wird dabei entsprechend der Fragestellung der vorliegenden Arbeit der Abfluss in festen, periodischen Abständen blockiert. Die Sperrzeit  $r$  entspricht in diesem Zusammenhang der effektiven Rotzeit<sup>5</sup> einer Lichtsignalanlage. Fahrzeuge, die während dieser Zeit ansonsten das System am rechten Rand verlassen würden, müssen in diesem Fall zunächst auf der letzten Zelle des Straßenabschnitts anhalten und können erst zu Beginn der nächsten Freigabezeit abfließen. Analog zur Sperrzeit kann in diesem Zusammenhang die Freigabezeit  $g$  als effektive Grünzeit interpretiert werden. Insgesamt entspricht der modellierte Abflussprozess somit dem Verhalten an einer Lichtsignalanlage mit Festzeitsteuerung.

Hinsichtlich des Zuflusses sei basierend auf einer grundlegenden Untersuchung von Adams (s. [Ada36]) näherungsweise eine Poisson-Verteilung vorausgesetzt. Wie in vielen anderen klassi-

<sup>4</sup>In der Tat gestaltet sich die mathematische Untersuchung des stochastischen Nagel-Schreckenberg Modells mit  $p > 0$  als extrem schwierig (vgl. z.B. [Sch99]). Exakte Lösungen sind in der Regel nur für besondere Spezialfälle (z.B.  $v_{\max} = 1$ ) bekannt und erfordern bereits in diesem Zusammenhang umfangreiche und komplizierte Überlegungen (vgl. z.B. [DDM92]).

<sup>5</sup>Gelbzeiten realer Lichtsignalanlagen werden im verwendeten Modell ohne wesentliche Einschränkungen formal vernachlässigt. Durch anteilige Zuordnung realer Gelbzeiten zu Sperr- bzw. Freigabezeiten können sie nichtsdestotrotz in Form effektiver Rot- und Grünzeiten (vgl. z.B. [Dar64, Web58]) berücksichtigt werden.



Entsprechend ist es von entscheidender Bedeutung, nicht nur die Verkehrsnachfrage  $q$ , sondern vor allem auch den tatsächlich induzierten Zufluss genau zu kennen. Der folgende Abschnitt 2.2 beschäftigt sich daher mit der Herleitung einer exakten Formel für die Zuflussrate  $Q(q)$  in Abhängigkeit von  $q$ .

## 2.2 Analyse der Zuflussrate

Tatsächlich existiert bereits seit einigen Jahren ein analytischer Ausdruck der Zuflussrate  $Q(q)$  für genau den oben beschriebenen Einsetzmechanismus (s. [BHS<sup>+</sup>02]). Neuere Simulationen haben jedoch gezeigt, dass die damit ermittelten Werte in der Regel nur approximativ dem wirklichen Zufluss im Modell entsprechen (s. [NW09]). Gerade im Fall kleiner Maximalgeschwindigkeiten  $v_{\max}$ , wie sie für die vorliegende Arbeit von besonderer Bedeutung sind, treten dabei durchaus relevante Abweichungen auf<sup>7</sup>.

Basierend auf einer anderen Herleitung als in [BHS<sup>+</sup>02] lässt sich aber eine exakte Formel für  $Q(q)$  berechnen (vgl. [NW08]). Sei dazu angenommen, dass zufließende Fahrzeuge am linken Rand des Systems stets freien Verkehr vorfinden. Mit anderen Worten sei ein jederzeit ungehinderter Zufluss im Sinne des beschriebenen Einsetzmechanismus unterstellt, der nicht durch stromabwärts auftretende Störungen im Verkehrsfluss beeinflusst wird. Aufgrund des betrachteten, deterministischen Fahrverhaltens im Nagel-Schreckenberg Modell wäre dies im einfachsten Fall beispielsweise dann erfüllt, wenn Fahrzeuge jederzeit das System am rechten Rand verlassen können<sup>8</sup>.

Der Ansatz bei der Herleitung des gesuchten, analytischen Ausdrucks für  $Q(q)$  beruht nun im Kern auf der Modellierung des betrachteten Zuflussprozesses als diskrete, endliche Markovkette<sup>9</sup>. Unter Beachtung des verwendeten Zuflussmechanismus erkennt man dabei zunächst leicht (vgl. Abb. 2-2), dass sich pro Zeitschritt jeweils maximal ein Fahrzeug auf einer der zusätzlichen  $v_{\max} + 1$  Zellen links des eigentlichen Straßenabschnitts aufhalten kann. Folglich gibt es genau  $v_{\max} + 2$  verschiedene Zustände, die mit Blick auf den Einsetzbereich möglich sind. Dies sind die Zustände  $i = 1, \dots, v_{\max} + 1$ , bei denen jeweils genau die  $i$ -te Zelle des Einsetzbereichs durch ein Fahrzeug belegt ist, und der Zustand  $i = 0$ , bei dem sich kein Fahrzeug links des eigentlichen Straßenabschnitts aufhält.

Unter Berücksichtigung der entsprechenden Übergangswahrscheinlichkeiten ergibt sich damit die in Abbildung 2-3 als Übergangsgraph einer diskreten Markovkette dargestellte, zeitliche Entwicklung des Zuflusses. Ist zu irgendeinem Zeitpunkt beispielsweise die  $(v_{\max} + 1)$ -te Zelle des Einsetzbereichs belegt, so fährt das entsprechende Fahrzeug wegen der Annahme freien Verkehrs im nächsten Zeitschritt  $v_{\max}$  Zellen weiter vor und verlässt somit den Einsetzbereich. Wird mit Wahrscheinlichkeit  $1 - q$  kein neues Fahrzeug eingesetzt, springt die Markovkette folglich in den Zustand 0. Umgekehrt würde als initiale Position eines mit Wahrscheinlichkeit  $q$  zufließenden, neuen Fahrzeugs wegen der Forderung eines Mindestabstandes von  $v_{\max}$  Zellen zum vorausfahrenden Fahrzeug die  $v_{\max}$ -te Zelle des Einsetzbereichs bestimmt.

Von besonderer Bedeutung ist in diesem Zusammenhang der Zustand 1. Zwar fährt das ent-

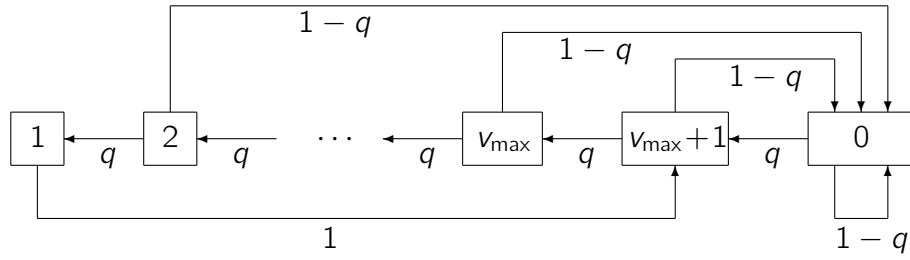
---

<sup>7</sup>Für nähere Details s. [NW09].

<sup>8</sup>Tatsächlich wird in der vorliegenden Arbeit zwar lichtsignalgesteuerter Abfluss unterstellt, der in Form von Rückstaus selbstverständlich Störungen im Verkehrsfluss verursacht. Zumindest im wichtigen Fall von Untersättigung reichen diese jedoch im Normalfall nicht bis an den linken Rand des Systems heran, sodass nichtsdestotrotz ein ungehinderter Zufluss möglich ist. Entsprechend ist die im Weiteren hergeleitete Formel für  $Q(q)$  insbesondere in dieser Situation exakt und kann folglich beispielsweise zur wichtigen, genauen Bestimmung der kritischen Verkehrsnachfrage  $q_{\text{krit}}$  (s. Abschnitt 3.1.2) oder der Verkehrsdichte  $k_{\text{frei}}$  im freien Verkehr (s. Abschnitt 3.1.3) verwendet werden (vgl. auch [Neu09, NW08]).

<sup>9</sup>Eine kurze Zusammenfassung der wesentlichen Aussagen und Definitionen zur Theorie diskreter Markovketten findet sich in Anhang A.1.





**Abbildung 2-3:** Übergangsgraph des als Markovkette aufgefassten Zuflussprozesses (aus [NW08]).  
Mit freundlicher Genehmigung von ‚The European Physical Journal (EPJ)‘.

sprechende Fahrzeug während des folgenden Zeitschritts auch in diesem Fall  $v_{\max}$  Zellen weiter vor, allerdings kann es dadurch den Einsatzbereich nicht verlassen und landet stattdessen auf der letzten Zelle links des eigentlichen Straßenabschnitts (Zustand  $v_{\max} + 1$ ). Ein gleichzeitig mit Wahrscheinlichkeit  $q$  potentiell zufließendes Fahrzeug kann folglich nicht eingesetzt werden und muss verworfen werden, wodurch sich letztlich der durchschnittliche Zufluss pro Zeitschritt gegenüber der Verkehrsnachfrage  $q$  wie bereits beobachtet reduziert.

Tatsächlich ist dabei der Zustand 1 der einzige Fall, bei dem im folgenden Zeitschritt kein neues Fahrzeug zufließen kann. Die Zuflussrate  $Q(q)$  hängt folglich wesentlich von der Wahrscheinlichkeit  $\pi_1$  dieses Zustandes ab. Als Formel ergibt sich unmittelbar

$$Q(q) = q - \pi_1 q = q(1 - \pi_1). \quad (2.5)$$

Mit Blick auf die explizite Berechnung von  $\pi_1$  ist entsprechend insbesondere die zeitunabhängige Gleichgewichtsverteilung  $\pi := (\pi_0, \dots, \pi_{v_{\max}+1})$  auf der Menge aller möglichen Zustände interessant, die sich aufgrund der im Fall  $q \in (0, 1)$  offensichtlichen Ergodizität<sup>10</sup> der in Abbildung 2-3 dargestellten Markovkette unabhängig von der Startkonfiguration im zeitlichen Limes stets einstellt<sup>11</sup>. Mit  $\pi_i$  sei dabei jeweils die stationäre Wahrscheinlichkeit des Zustandes  $i$  bezeichnet. Die Berechnung von  $\pi$  besteht dann in der Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\pi P = \pi \quad (2.6)$$

mit  $\sum_{i=0}^{v_{\max}+1} \pi_i = 1$ , wobei  $P$  die zu Abbildung 2-3 gehörende Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten ist. Ausgeschrieben ergeben sich neben der Normierungsbedingung die folgenden Bestimmungsgleichungen:

$$\pi_0 = \pi_0(1 - q) + \pi_2(1 - q) + \dots + \pi_{v_{\max}+1}(1 - q), \quad (2.7)$$

$$\pi_i = q\pi_{i+1} \quad \text{für } i = 1, \dots, v_{\max}, \quad (2.8)$$

$$\pi_{v_{\max}+1} = q\pi_0 + \pi_1. \quad (2.9)$$

Mit Hilfe einfacher Rechnungen (s. Anhang B.1) ergibt sich daraus insbesondere

$$\pi_1 = \frac{q^{v_{\max}+1}(1 - q)}{1 - q^{v_{\max}} + q^{v_{\max}+1} - q^{v_{\max}+2}}, \quad (2.10)$$

<sup>10</sup>Die beiden Spezialfälle  $q = 0$  und  $q = 1$  können später durch einen Grenzübergang  $q \rightarrow 0$  bzw.  $q \rightarrow 1$  behandelt werden.

<sup>11</sup>Die mathematische Begründung hierfür liefert der sogenannte Markovketten-Konvergenzsatz (vgl. Anhang A.1).

und Einsetzen in (2.5) liefert

$$Q(q) = \frac{q(1 - q^{v_{\max}})}{1 - q^{v_{\max}} + q^{v_{\max}+1} - q^{v_{\max}+2}} \quad (2.11)$$

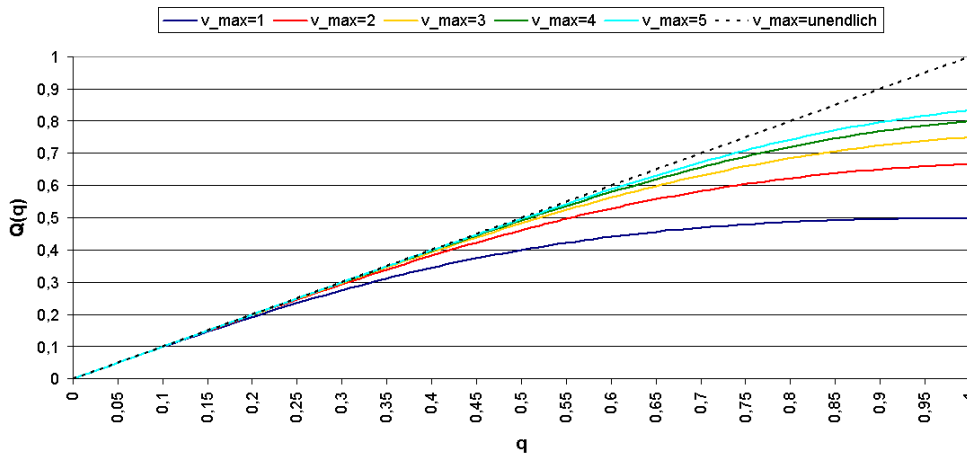
für alle  $q \in (0, 1)$ .

Die Grenzübergänge  $q \rightarrow 0$  und  $q \rightarrow 1$  erlauben schließlich auch die Berechnung der Werte  $Q(0)$  und  $Q(1)$ . Durch unmittelbares Einsetzen von  $q = 0$  in (2.11) ergibt sich dabei im ersten Fall  $Q(0) = 0$ . Im zweiten Fall ist zu beachten, dass für  $q = 1$  sowohl Zähler als auch Nenner in (2.11) verschwinden. Schreibt man  $Q(q) = Z(q)/N(q)$  mit  $Z(q) := q(1 - q^{v_{\max}})$  und  $N(q) := 1 - q^{v_{\max}} + q^{v_{\max}+1} - q^{v_{\max}+2}$  für alle  $q$ , so folgt nach der Regel von l'Hospital (s. z.B. [BSM<sup>+</sup>01]) allerdings

$$Q(1) := \lim_{q \rightarrow 1} Q(q) = \lim_{q \rightarrow 1} \frac{Z(q)}{N(q)} = \lim_{q \rightarrow 1} \frac{Z'(q)}{N'(q)} = \frac{v_{\max}}{v_{\max} + 1}. \quad (2.12)$$

Offensichtlich stellt sich beim tatsächlichen Zufluss für  $q = 1$  also die im Nagel-Schreckenberg Modell maximal mögliche Verkehrsstärke  $Q_{\max} := \frac{v_{\max}}{v_{\max} + 1}$  ein (vgl. [CSS00]), und zusammenfassend folgt somit für  $q \in [0, 1]$

$$Q(q) = \begin{cases} \frac{q(1 - q^{v_{\max}})}{1 - q^{v_{\max}} + q^{v_{\max}+1} - q^{v_{\max}+2}} & \text{falls } 0 \leq q < 1, \\ Q_{\max} & \text{falls } q = 1. \end{cases} \quad (2.13)$$



**Abbildung 2-4:** Zuflussrate  $Q(q)$  für verschiedene Werte  $v_{\max}$  (vgl. [NW08]).

Abbildung 2-4 zeigt die nach Konstruktion stetige Funktion  $Q(q)$  für verschiedene Maximalgeschwindigkeiten  $v_{\max}$ . Man erkennt leicht die strenge Monotonie<sup>12</sup> bezüglich  $q$ , die sich im Übrigen auch analytisch beweisen lässt (s. Anhang B.2). Es ist abschließend eine triviale Folgerung, dass damit in sinnvoller Weise offenbar für alle  $q \in [0, 1]$  stets  $0 \leq Q(q) \leq Q_{\max}$  gilt.

<sup>12</sup>Die Monotonie der Zuflussfunktion  $Q(q)$  ist keineswegs selbstverständlich. Im Fall des naiven Einsetzmechanismus, bei dem Fahrzeuge grundsätzlich auf der ersten Zelle des modellierten Straßenabschnitts eingesetzt werden, wächst der tatsächliche Zufluss nicht notwendig monoton mit der Zuflusswahrscheinlichkeit  $q$  (s. z.B. [JM09a]).

### 3 Verkehrsfluss und Rückstaulänge

Neben der Verkehrsnachfrage  $q$  bzw. der tatsächlichen Zuflussrate  $Q(q)$  (vgl. Abschnitt 2.2) wird das Systemverhalten im betrachteten Verkehrsmodell (vgl. Abschnitt 2.1) wesentlich vom lichtsignalgesteuerten Abflussverhalten bestimmt, das im Folgenden detailliert analysiert werden soll. Das daraus resultierende Verständnis der inhärenten Rückstaustuktur gibt daraufhin Anlass zur ansonsten oftmals vernachlässigten, präzisen Definition des verwendeten Begriffs der Rückstaulänge (s. Abschnitt 3.2).

Darüber hinaus erlaubt die Kenntnis der genauen Struktur des Verkehrsflusses die Herleitung einer zeitunabhängigen Rückstaulängenfunktion  $\ell$  (s. Abschnitt 3.3), die in Abhängigkeit von der aktuellen Fahrzeuganzahl im betrachteten Straßensegment die approximative Berechnung der Rückstaulänge ermöglicht. Dies wird schließlich sowohl für die Bestimmung stationärer Verkehrsdichteprofile in Kapitel 4 als auch im Rahmen des konkreten Verfahrens zur Rückstaulängenschätzung in Kapitel 5 von grundlegender Bedeutung sein.

#### 3.1 Struktur des Verkehrsflusses

Prinzipiell sind mit Blick auf die Struktur des Verkehrsflusses im Fall lichtsignalgesteuerten Abflusses zwei wesentliche Effekte zu beobachten, die im Rahmen der folgenden Analyse genauer betrachtet werden müssen. Dabei handelt es sich zum einen um die kapazitätsbestimmende Wirkung von Lichtsignalanlagen, wobei die (maximale) Anzahl während der Freigabezeit abfließender Fahrzeuge die entscheidende Größe darstellt, da sie letztlich auch die kritische Verkehrsnachfrage<sup>1</sup> determiniert. Zum anderen bewirkt der periodische Wechsel zwischen Sperr- und Freigabezeiten eine entsprechende Strukturierung des Rückstaus in Blöcke unterschiedlicher Verkehrsdichte, die sich für das in der vorliegenden Arbeit verwendete, deterministische Nagel-Schreckenberg Modells besonders gut analysieren lässt.

##### 3.1.1 Analyse der Abflussfunktion

Sei zunächst aber der virtuelle Fall eines kompakten Rückstaus<sup>2</sup> unendlicher Länge unmittelbar an der Lichtsignalanlage zu Beginn einer ebenfalls unendlichen Freigabezeit angenommen. Anhand einfacher Beispiele (vgl. Abb. 3-1) lässt sich dann die Zeit  $d(n; v_{\max})$  bestimmen, die es bei Verwendung des Modellparameters  $v_{\max}$  dauert, bis genau  $n$  Fahrzeuge das System am rechten Rand verlassen haben. Man erkennt schließlich eine gewisse Systematik<sup>3</sup>, die letztlich eine Vertafelung der Funktion  $d : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}_0$  mit  $(n; v_{\max}) \mapsto d(n; v_{\max})$  für beliebige  $n \in \mathbb{N}_0$  und  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  erlaubt (s. Tab. 3-1).

Offensichtlich ist  $d(\cdot; v_{\max})$  für alle  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  als Funktion von  $n$  streng monoton wachsend mit Werten in  $\mathbb{N}_0$ . Unter der Annahme eines hinreichend langen Rückstaus<sup>4</sup> zu Beginn einer

<sup>1</sup>Die kritische Verkehrsnachfrage  $q_{\text{krit}}$  markiert die Grenze zwischen Unter- und Übersättigung des Verkehrsflusses an der jeweils betrachteten Lichtsignalanlage.

<sup>2</sup>Gemeint ist, dass jede Zelle mit einem stehenden Fahrzeug belegt ist.

<sup>3</sup>Grundsätzlich startet die Funktion  $d$  mit beliebigem  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  für  $n = 0$  in 0. Für jedes weitere Fahrzeug ( $n \mapsto n + 1$ ) kommt schließlich zunächst einmal ein weiterer Zeitschritt zur entsprechenden Dauer bis zum Verlassen des Systems hinzu. Darüber hinaus erfährt jedes  $v_{\max}$ -te Fahrzeug nach einer gewissen Anfangsphase, die mit wachsendem  $v_{\max}$  zunehmend lang andauert, einen zusätzlichen Zeitverlust von einem Zeitschritt (Sättigungsphase). In der Anfangsphase selbst tritt diese Form des Zeitverlusts sogar noch häufiger auf und betrifft in Schritt für Schritt größer werdendem Abstand einzelne Fahrzeuge solange, bis schließlich die Häufigkeit betroffener Fahrzeuge diejenige der Sättigungsphase (d.h. jedes  $v_{\max}$ -te Fahrzeug) erreicht hat (vgl. [Spy07]).

<sup>4</sup>Mit Blick auf die in Abschnitt 3.1.3 im Detail analysierte Blockstruktur des Ampelrückstaus im deterministischen Nagel-Schreckenberg Modell ist es an dieser Stelle hinreichend, dass  $r \geq s(g)$  gilt, wobei  $r$  die in Zeitschritten (bzw. Sekunden) gemessene Dauer der vorangegangenen Sperrzeit bezeichne. Tatsächlich reicht sogar die Be-

(a)  $v_{\max} = 1$

$t = 0$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		$\rightarrow n = 0$
$t = 1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\rightarrow n = 1$		
$t = 2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	$\rightarrow n = 2$		
$t = 3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	$\rightarrow n = 3$		
$t = 4$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1				
$t = 5$	0	0	0	0	0	0	0	1	1					
$t = 6$	0	0	0	0	0	1	1	1						

(b)  $v_{\max} = 2$

$t = 0$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		$\rightarrow n = 0$
$t = 1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				$\rightarrow n = 1$
$t = 2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
$t = 3$	0	0	0	0	0	0	0	0	1					$\rightarrow n = 2$
$t = 4$	0	0	0	0	0	0	0	1						$\rightarrow n = 3$
$t = 5$	0	0	0	0	0	0	1			2				
$t = 6$	0	0	0	0	0	1			2					$\rightarrow n = 4$

**Abbildung 3-1:** Abflussverhalten aus kompaktem Rückstau bei unbegrenzter Freigabezeit.

$v_{\max}$	$n$																
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
1	0	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	
2	0	1	3	4	6	7	9	10	12	13	15	16	18	19	21	22	
3	0	1	3	4	6	7	8	10	11	12	14	15	16	18	19	20	...
4	0	1	3	4	6	7	8	10	11	12	13	15	16	17	18	20	
5	0	1	3	4	6	7	8	10	11	12	13	15	16	17	18	19	
⋮									⋮								⋮

**Tabelle 3-1:** Vertafelung der Funktion  $d$ .

endlichen Freigabezeit von  $g$  Zeitschritten ist dann die Anzahl  $s(g)$  der während dieser Zeit abfließenden Fahrzeuge implizit durch die Funktion  $d$  beschrieben. Es gilt

$$s(g) = \max\{n \in \mathbb{N}_0 \mid d(n; v_{\max}) \leq g\}, \quad (3.1)$$

wobei in der Notation  $s(g)$  die Abhängigkeit von  $v_{\max}$  aus Gründen der Einfachheit unterdrückt wird. Entscheidender ist, dass die strenge Monotonie der ganzzahligen Funktion  $d(\cdot; v_{\max})$  stets die Existenz des Maximums, d.h. die sogenannte Wohldefiniertheit in (3.1) garantiert.

In natürlicher Weise kann  $s(g)$  hierbei als Funktionswert der gemäß (3.1) definierten Funktion  $s : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$  aufgefasst werden. Für  $t \in \mathbb{N}_0$  beschreibt dann  $s(t)$  allgemein die Anzahl an Fahrzeugen, die ab Beginn einer hinreichend langen Freigabezeit  $g$  mit  $g \geq t$  bis zur Zeit  $t$  aus einem entsprechenden Ampelrückstau abfließen. Die Funktionswerte von  $s$  lassen sich in diesem Zusammenhang leicht anhand von Tabelle 3-1 ermitteln.

Für praktische Zwecke ist jedoch eine explizite Formel zur Berechnung der Funktionswerte von  $s$  nützlicher. Über den Umweg einer Grenzwertbetrachtung lässt sich ein entsprechender Term exakt herleiten (s. Anhang B.3). Für  $t \in \mathbb{N}_0$  gilt

$$s(t) = \begin{cases} \left\lfloor \frac{5+2t}{2} - \sqrt{2t + \frac{17}{4}} \right\rfloor & \text{falls } t < g^*, \\ \left\lfloor \frac{5+2g^*}{2} - \sqrt{2g^* + \frac{17}{4}} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{v_{\max}(t-g^*+1)}{v_{\max}+1} \right\rfloor & \text{falls } t \geq g^*, \end{cases} \quad (3.2)$$

mit  $g^* := v_{\max}(v_{\max} + 1)/2 - 1$ .

Abbildung 3-2 zeigt die Funktion  $s$  für verschiedene Werte  $v_{\max}$ . Bemerkenswert ist, dass der Abfluss außer im Fall  $v_{\max} = 1$  nicht von Beginn an, sondern erst ab dem Zeitpunkt  $g^*$  mit der Sättigungsverkehrsstärke  $Q_{\max} = \frac{v_{\max}}{v_{\max}+1}$  erfolgt. Grund hierfür ist das graduelle Beschleuni-

gung  $r \geq 2$  unabhängig von  $g$  und  $v_{\max}$ , wie Untersuchungen in einem anderen Zusammenhang gezeigt haben (vgl. [Neu09]). In allen, aus Sicht der Anwendung relevanten Fällen sind diese Voraussetzungen normalerweise erfüllt.

ungsverhalten im Nagel-Schreckenberg Modell, weshalb die ersten Fahrzeuge beim Verlassen des Systems die Lichtsignalanlage noch nicht mit maximaler Geschwindigkeit passieren. In Gleichung (3.2) spiegelt sich dieser Effekt darin wider, dass auch unter Vernachlässigung der Ganzzahligkeit (d.h. ohne Gaußklammern) im Fall  $t < g^*$  ein nicht-linearer Kurvenverlauf vorliegt.

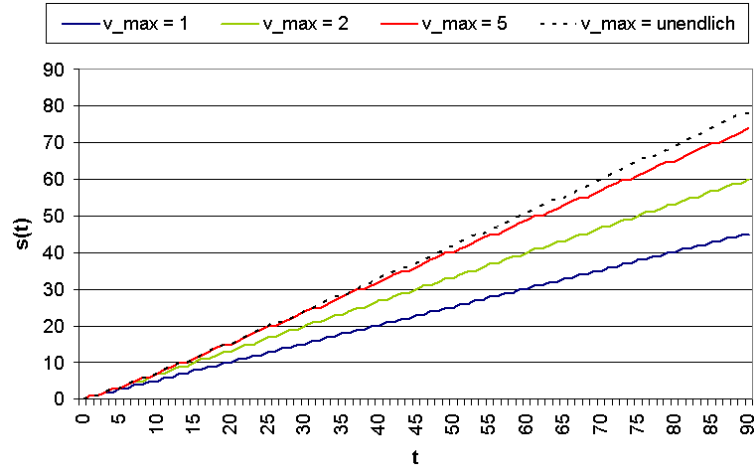


Abbildung 3-2: Abflussfunktion  $s$  für verschiedene Werte  $v_{\max}$  (vgl. [NW08]).

### 3.1.2 Kritische Verkehrsnachfrage

Sei nun wie in der Ausgangssituation beschrieben (s. Abschnitt 2.1) eine konkrete Festzeitsteuerung mit (effektiver) Freigabezeit  $g \in \mathbb{N}$  und (effektiver) Sperrzeit  $r \in \mathbb{N}$  gegeben. Als zugehörige Umlaufzeit ergibt sich damit  $c := g + r$ . Beachtet man, dass während der Sperrzeit keine Fahrzeuge das System verlassen, so folgt gemäß dem vorigen Abschnitt 3.1.1 also ein maximaler Stauabfluss von  $s(g)$  Fahrzeugen pro Umlauf. Die entsprechende, maximale Abflussrate lautet  $Q_{\text{krit}} := \frac{s(g)}{c}$ .

Sowohl intuitiv als auch mathematisch im Rahmen der klassischen Warteschlangentheorie (vgl. z.B. [BF02]) bewiesen, ist nun klar, dass das Systemverhalten genau an dem Punkt zwischen Unter- und Übersättigung wechselt, an dem der durchschnittliche Zufluss dem maximalen Abfluss entspricht. D.h., sobald durchschnittlich mehr als  $s(g)$  Fahrzeuge pro Umlauf in das System eingesetzt werden, ist die Kapazitätsgrenze der betrachteten Lichtsignalanlage erreicht bzw. sogar überschritten. Unter Verwendung der Zuflussfunktion  $Q$  aus Abschnitt 2.2 lautet die entsprechende Bedingung für den kritischen Zufluss folglich

$$Q(q_{\text{krit}}) = Q_{\text{krit}} = \frac{s(g)}{c}. \quad (3.3)$$

Dabei ist  $q_{\text{krit}}$  die wegen der strengen Monotonie von  $Q$  eindeutig bestimmte, kritische Verkehrsnachfrage. Konkret gilt mit der Umkehrfunktion  $Q^{-1}$  zu  $Q$

$$q_{\text{krit}} = Q^{-1} \left( \frac{s(g)}{c} \right). \quad (3.4)$$

Die numerische Berechnung von  $q_{\text{krit}}$  ist beispielsweise mit dem klassischen Newton-Verfahren (s. z.B. [BSM<sup>+</sup>01]) gänzlich unproblematisch.

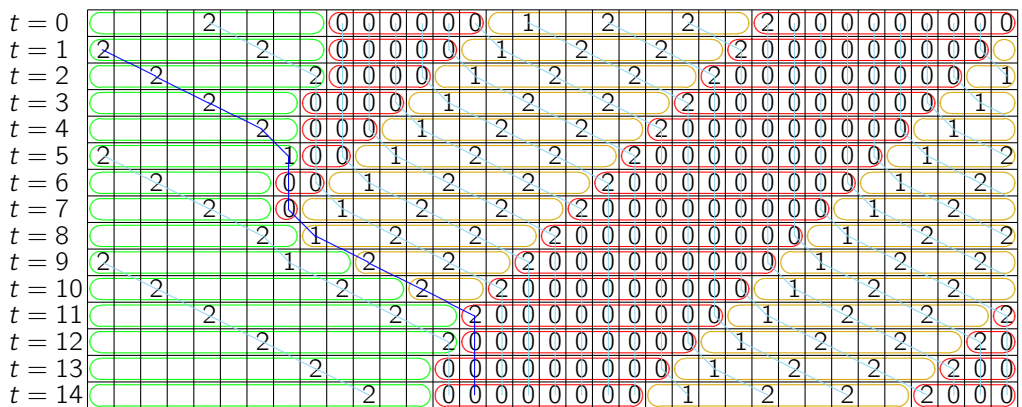
### 3.1.3 Blockscheema des Verkehrsflusses

In der Literatur (vgl. z.B. [BW90, KH79, Mil63, New60, New65, Ols90]) wird das Phänomen des Ampelrückstaus in natürlicher Weise häufig mit Hilfe klassischer Warteschlangenmodelle analysiert. Dabei wird die Rückstaulänge zumeist in Form der Anzahl gestauter Fahrzeuge angegeben und die räumliche Struktur des Rückstaus vernachlässigt (vgl. [ZH07]). Gerade wenn etwa im Zuge der Bestimmung von Verkehrsdichteprofilen in Kapitel 4 die Staulänge aber auch in Längeneinheiten ausgedrückt werden muss, ist diese Struktur von entscheidender Bedeutung. Grund hierfür ist die Tatsache, dass Fahrzeuge selbst innerhalb desselben Rückstaus in der Regel unterschiedlich dicht gestaut sind, sodass eine einfache Umrechnung von der Form

$$\text{Staulänge [in m]} = \text{Anzahl gestauter Fahrzeuge} \times \text{Mittlere Fahrzeuglänge [in m]} \quad (3.5)$$

zwangsläufig zu fehlerhaften Ergebnissen führt.

Abbildung 3-3 zeigt in diesem Zusammenhang einen exemplarischen Simulationsausschnitt für das in der vorliegenden Arbeit verwendete, deterministische Nagel-Schreckenberg Modell. Deutlich erkennbar sind die drei verschiedenen, farblich markierten Blocktypen, die durch eine jeweils individuelle Verkehrsdichte gekennzeichnet sind<sup>5</sup> (vgl. [ZH07]). Die unterschiedlichen Blöcke umfassen dabei zum einen kompakt gestaute Fahrzeuge (rot gekennzeichnet) und zum anderen fahrende Fahrzeuge innerhalb des Ampelrückstaus (gelb gekennzeichnet). Dazu kommt stromaufwärts ein Block mit freiem Verkehr (grün gekennzeichnet).



**Abbildung 3-3:** Beispiel der Blockstruktur des Verkehrsflusses mit Trajektorien.

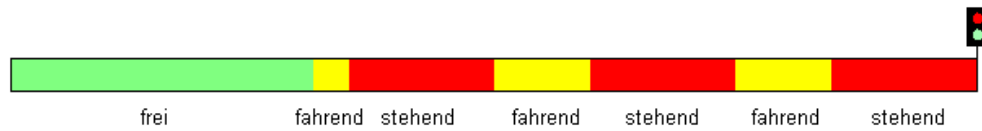
Modellparameter:  $v_{\max} = 2$ ,  $g = 10$ ,  $r = 10$ .

Schematisch ergibt sich somit die in Abbildung 3-4 dargestellte Situation mit pro Zeitschritt um eine Zelle stromaufwärts wandernden, „stehenden“ und „fahrenden“ Blöcken (rot und gelb gekennzeichnet), die sich an der Grenze zum Block mit freiem Verkehr schließlich auflösen (vgl. Abb. 3-3). Die Länge  $L$  (in Zellen) sowie die Anzahl  $I$  an Fahrzeugen eines vollständigen, stehenden bzw. fahrenden Blocks kann dabei in Abhängigkeit von (effektiver) Freigabezeit  $g$  und (effektiver) Sperrzeit  $r$  sogar exakt angegeben werden.

Unter Verwendung der in Abschnitt 3.1.1 beschriebenen Abflussfunktion  $s$  ergibt sich (s. Anhang B.4)

$$\begin{aligned} L_{\text{stehend}} &= r, & L_{\text{fahrend}} &= g, \\ I_{\text{stehend}} &= r, & I_{\text{fahrend}} &= g - s(g). \end{aligned} \quad (3.6)$$

<sup>5</sup>Bei stochastischen Modellen für das Fahrverhalten treten derart strenge Blockmuster in der Regel nicht auf (vgl. [PSS08]). In komplizierterer, abgewandelter Form können sie jedoch auch in diesen Fällen beobachtet werden (vgl. [Neu09]).



**Abbildung 3-4:** Schema der Blockstruktur des Verkehrsflusses (nach [Neu09]).

Hieraus abgeleitet folgt schließlich unmittelbar die Verkehrsdichte  $k$  innerhalb stehender bzw. fahrender Blöcke. Es gilt

$$k_{\text{stehend}} = \frac{l_{\text{stehend}}}{L_{\text{stehend}}} = 1, \quad k_{\text{fahrend}} = \frac{l_{\text{fahrend}}}{L_{\text{fahrend}}} = \frac{g - s(g)}{g}. \quad (3.7)$$

Beachtet man darüber hinaus, dass Fahrzeuge gemäß dem in Abschnitt 2.1 beschriebenen Zuflussmechanismus grundsätzlich mit Geschwindigkeit  $v_{\text{max}}$  eingesetzt werden und entsprechend der Dynamik des deterministischen Nagel-Schreckenberg Modells diese Geschwindigkeit bis zum Erreichen eines stehenden oder fahrenden Blocks auch beibehalten, so lässt sich die Verkehrsdichte  $k_{\text{frei}}$  für den Block freien Verkehrs ebenfalls exakt angeben. Da nämlich in diesem Fall die Verkehrsstärke genau der Zuflussverkehrsstärke  $Q(q)$  aus Abschnitt 2.2 entspricht, folgt unter Verwendung der klassischen Fundamentalbeziehung des Verkehrs (s. z.B. [For05, War52]) abschließend

$$k_{\text{frei}} = \frac{Q(q)}{v_{\text{max}}}. \quad (3.8)$$

## 3.2 Definition der Rückstaulänge

Bereits im vorangegangenen Abschnitt 3.1.3 wurde implizit der Begriff der Rückstaulänge verwendet, wenn nämlich die in Abbildung 3-3 gelb markierten Blöcke als Bereiche mit fahrenden Fahrzeugen *innerhalb* des Ampelrückstaus erklärt wurden. Gerade wenn jene den Übergang zum freien Verkehr bilden (vgl. Abb. 3-4), hängt der konkrete Wert für die Rückstaulänge aber beispielsweise davon ab, ob derartige Blöcke zum Rückstau hinzugezählt werden oder nicht.

Überhaupt ist es keineswegs unmittelbar klar, wie der Begriff der Rückstaulänge exakt zu definieren wäre. Auch in der Literatur wird daher zumeist auf eine eindeutige Begriffsbestimmung verzichtet und stattdessen ein intuitives Verständnis vorausgesetzt. Tatsächlich sind jedoch je nach Definition trotz exakt gleicher Verkehrslage durchaus sehr unterschiedliche Werte möglich (s. unten), sodass eine präzise Festlegung des Rückstaulängenbegriffs zur Vermeidung von Missverständnissen letztlich zwingend erforderlich ist.

Zunächst einmal erscheint es sinnvoll, einen Ampelrückstau als räumlich zusammenhängendes Gebilde zu verstehen, das in seiner inneren Dynamik letztlich vom Wechsel zwischen Sperr- und Freigabezeit bestimmt wird<sup>6</sup>. Im Rahmen einer sinnvollen Definition sollte der Ampelrückstau näherungsweise also jeweils all die Fahrzeuge umfassen, die in ihrem Fahrverhalten durch die Lichtsignalanlage beeinflusst sind. Die Rückstaulänge  $L$  selbst kann dann in plausibler Weise als Entfernung des letzten, gestauten Fahrzeugs zur Lichtsignalanlage bzw. Haltelinie erklärt werden.

Hierzu bleibt festzulegen, welche Fahrzeuge bezogen auf einen jeweils isoliert betrachteten Straßenabschnitt als gestaut gelten sollen, wobei im Wesentlichen die drei unterschiedlichen, in Definition 3.1 beschriebenen Möglichkeiten in Frage kommen. Dabei sei formal unterstellt, dass

<sup>6</sup>Mit innerer Dynamik ist hier die vom Zufluss unabhängige, inhärente Struktur des Ampelrückstaus gemeint. Die Forderung nach räumlichem Zusammenhang schließt mit Blick auf Abb. 3-4 ferner einige unpraktikable Definitionen aus, bei denen etwa nur „stehende“ Blöcke, die sich zudem mit der Zeit stromaufwärts bewegen, zum Rückstau gezählt werden.

neben der Lichtsignalanlage keine weiteren Störquellen existieren und Fahrzeuge sich im freien Verkehr grundsätzlich mit maximaler Geschwindigkeit bewegen<sup>7</sup>.

**Definition 3.1** Zu einem gegebenen Zeitpunkt  $t$  als gestaut gelten alle Fahrzeuge zwischen Lichtsignalanlage bzw. Haltelinie und

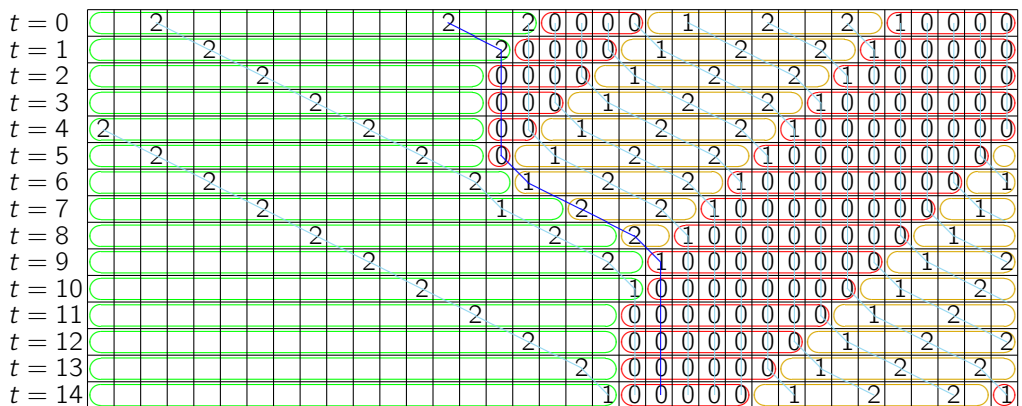
- A) dem (staubedingt) aktuell stehenden Fahrzeug mit dem größten Abstand zur Lichtsignalanlage.
- B) dem (staubedingt) aktuell stehenden oder zuvor auf demselben Straßenabschnitt gestandenen Fahrzeug mit dem größten Abstand zur Lichtsignalanlage.
- C) dem (staubedingt) aktuell stehenden oder langsam fahrenden Fahrzeug mit dem größten Abstand zur Lichtsignalanlage.

Ein langsam fahrendes Fahrzeug ist in diesem Zusammenhang durch eine aktuelle Geschwindigkeit  $v(t) \leq \tilde{v}$  gekennzeichnet, wobei  $\tilde{v}$  eine frei vorgegebene Grenzgeschwindigkeit mit  $\tilde{v} < v_{\max}$  ist.

Es sei nur am Rande bemerkt, dass die Fälle A und C für  $\tilde{v} = 0$  offenbar übereinstimmen. Wichtiger ist, dass für die entsprechend definierten Rückstaulängen bei genauerer Betrachtung stets  $L_A \leq L_B$  und  $L_A \leq L_C$  gilt. Eine analoge, allgemeingültige Beziehung zwischen  $L_B$  und  $L_C$  lässt sich allerdings nicht herstellen. Tatsächlich sind alle Fälle, d.h.  $L_B < L_C$ ,  $L_B = L_C$  als auch  $L_B > L_C$  möglich. Mit den Ungleichungen für  $L_A$  ergeben sich also insgesamt 6 verschiedene Konstellationen, die allesamt in Beispielen beobachtet werden können:

$$\begin{array}{lll} L_A < L_B < L_C, & L_A < L_B = L_C, & L_A < L_C < L_B, \\ L_A = L_B < L_C, & L_A = L_B = L_C, & L_A = L_C < L_B. \end{array} \quad (3.9)$$

Mit der sinnvollen Festlegung  $\tilde{v} = 1$  [Zelle/Zeitschritt] treten etwa in Abbildung 3-3 aus Abschnitt 3.1.3 innerhalb kürzester Zeit ( $t = 5$  bis  $t = 10$ ) bereits 5 der 6 Möglichkeiten auf. Ein zweites Beispiel (s. Abb. 3-5) mit nur leicht veränderten Sperr- und Freigabezeiten beinhaltet mit  $L_A < L_C < L_B$  zum Zeitpunkt  $t = 8$  schließlich auch den sechsten Fall.



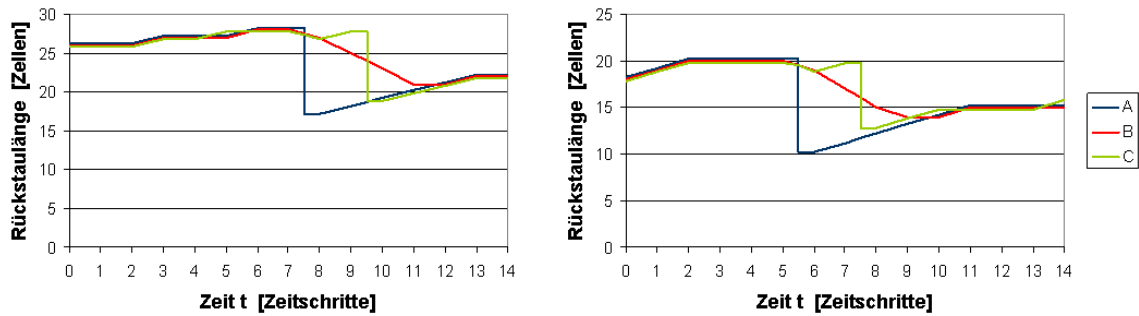
**Abbildung 3-5:** Beispiel zur Rückstaulängendefinition mit Trajektorien.

Modellparameter:  $v_{\max} = 2$ ,  $g = 9$ ,  $r = 9$ .

<sup>7</sup>Für das im Rahmen der vorliegenden Arbeit betrachtete, deterministische Nagel-Schreckenberg Modell sind diese Annahmen selbstverständlich stets erfüllt.



Insgesamt zeigt sich also bei genauerer Betrachtung der Abbildungen 3-3 und 3-5, dass sich trotz identischer Verkehrslage je nach Definition sehr unterschiedliche Werte für die Rückstaulänge ergeben, die um bis zu 10 Fahrzeuglängen voneinander abweichen können (vgl. Abb. 3-6). Darüber hinaus sind bei längeren Ampelphasen sogar noch größere Differenzen möglich.



**Abbildung 3-6:** Rückstaulängen in den Beispielen aus Abb. 3-3 (links) und 3-5 (rechts).

Der Grund hierfür besteht im Wesentlichen in der unterschiedlichen Behandlung „fahrender“ Blöcke, wenn diese wie in Abbildung 3-4 skizziert die Grenze zum Bereich freien Verkehrs bilden. Während jene im Fall A und in der Regel auch im Fall C ignoriert werden, gehören sie gemäß Definition B konsequent zum Rückstau dazu.

Aus Sicht des Fahrers hat dies zur Folge, dass nur im Fall B die augenscheinlich völlig natürliche Bedingung sichergestellt ist, dass ein Fahrzeug höchstens einmal das Ende desselben Rückstaus erreichen kann. Die dunkelblau eingezeichneten Trajektorien in den Abbildungen 3-3 und 3-5 zeigen hingegen beispielsweise jeweils ein Fahrzeug, das gemäß den Definitionen A und C mindestens zweimal in denselben Ampelrückstau einfährt, was letztlich damit zusammenhängt, dass der zeitliche Verlauf der Rückstaulänge  $L$  in den Fällen A und C anders als in Definition B unstetig ist (vgl. Abb. 3-6).

Doch nicht nur dies unterscheidet Fall B von den anderen beiden. Da nämlich in Definition B alle „fahrenden“ Blöcke konsequent zum Rückstau hinzugezählt werden, reicht es in diesem Fall zur Bestimmung der Rückstaulänge bereits aus, die Anzahl an Fahrzeugen zu kennen, die zu „fahrenden“ und „stehenden“ Blöcken gehören. Besteht der Rückstau im Sinne der Definition B zu einem gewissen Zeitpunkt etwa aus  $\mu$  fahrenden und  $\nu$  stehenden Fahrzeugen, so ergibt sich unter Beachtung der Gleichungen (3.7) als Rückstaulänge  $L_B$  unmittelbar

$$L_B = \frac{\nu}{k_{\text{stehend}}} + \frac{\mu}{k_{\text{fahrend}}} = \nu + \frac{g}{g - s(g)} \mu. \quad (3.10)$$

Für  $L_A$  und  $L_C$  hingegen existieren derart einfache Formeln nicht, da je nach Zeitpunkt und Verkehrslage nur ein gewisser Prozentsatz  $\gamma$  der Fahrzeuge in „fahrenden“ Blöcken für die Rückstaulängenberechnung relevant ist. Analog zu (3.10) ergibt sich für Definition A zwar beispielsweise

$$L_A = \frac{\nu}{k_{\text{stehend}}} + \frac{\gamma \mu}{k_{\text{fahrend}}} = \nu + \frac{g}{g - s(g)} \gamma \mu, \quad (3.11)$$

jedoch ist die Bestimmung von  $\gamma$  nicht trivial.

Im Fall C ist die Situation sogar noch komplizierter, da hier im Einzelfall auch langsam fahrende Fahrzeuge aus dem Bereich freien Verkehrs bei der Rückstaulänge zu berücksichtigen sind (vgl. z.B. Abb. 3-5 bei  $t = 7$ ).

Insgesamt ist Definition B also nicht nur aus Sicht des Fahrers, sondern auch wegen ihrer mathematischen Einfachheit vorteilhaft. Im Übrigen gibt es keinen zwingenden Grund, warum „fahrende“ Blöcke im Sinne von Abbildung 3-4 nicht konsequent zum Rückstau hinzugezählt

werden sollten. Insbesondere scheint es sogar eher willkürlich, wenn sie in den Definitionen A und C am Stauende in der Regel ignoriert werden, zwischen zwei „stehenden“ Blöcken beispielsweise jedoch selbstverständlicher Bestandteil des Ampelrückstaus sind.

Im Ergebnis stellt sich folglich Definition B als am zweckmäßigsten heraus, weshalb mit Blick auf den weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit abschließend noch einmal der forthin verwendete Rückstaulängenbegriff exakt formuliert sei:

**Definition 3.2** *Die Rückstaulänge  $L$  zu einem gegebenen Zeitpunkt  $t$  ist die Entfernung zwischen der Lichtsignalanlage bzw. Haltelinie und dem (staubedingt) aktuell stehenden oder zuvor auf demselben Straßenabschnitt gestandenen Fahrzeug mit dem größten Abstand zur Lichtsignalanlage.*

### 3.3 Die zeitunabhängige Rückstaulängenfunktion $\ell$

Wesentliche Aspekte in den bisherigen Abschnitten der vorliegenden Arbeit waren insbesondere die Analyse von Zu- und Abfluss (vgl. Abschnitte 2.2 und 3.1.1) im deterministischen Nagel-Schreckenberg Modell sowie die Beschreibung der inhärenten Blockstruktur des Verkehrsflusses (vgl. Abschnitt 3.1.3). Mit dem Ziel der konkreten Berechnung von Rückstaulängen ist es nun im weiteren Verlauf eine zentrale Aufgabe, diese Bausteine passend zusammenzusetzen, um letztlich eine Formel etwa für die mittlere oder maximale Rückstaulänge  $\bar{L}$  bzw.  $\bar{L}_{\max}$  zu ermitteln. Mit Hilfe des Wissens über die Struktur des Verkehrsflusses kann dazu in einem ersten Schritt zunächst die Rückstaulänge  $\ell(y)$  als Funktion der vorerst noch unbekannten Anzahl  $y$  an Fahrzeugen im betrachteten Straßenabschnitt bestimmt werden. Daran anschließend beschäftigt sich Kapitel 4 unter anderem mit der wahrscheinlichkeitstheoretischen Analyse des zufallsabhängigen Wertes  $y$ , der sich letztlich aus der Bilanzierung von stochastischem Zufluss und deterministischem Abfluss in Abhängigkeit von  $q$  ergibt. Dies ermöglicht schließlich tatsächlich die explizite Berechnung von  $\bar{L}$  oder  $\bar{L}_{\max}$ .

Sei aber vorerst also die Fahrzeuganzahl  $y$  im betrachteten Straßenabschnitt als bekannt vorausgesetzt. Sind dann  $\mu$  und  $\nu$  wie in Abschnitt 3.2 jeweils als die zugehörige, noch zu bestimmende Anzahl an Fahrzeugen in „fahrenden“ bzw. „stehenden“ Blöcken innerhalb des Ampelrückstaus definiert, so ergibt sich zunächst in Abhängigkeit von der Anzahl  $z := \mu + \nu$  an gestauten Fahrzeugen gemäß (3.10) die Rückstaulänge

$$\tilde{\ell}(z) := \nu + \frac{g}{g - s(g)}\mu. \quad (3.12)$$

Nimmt man darüber hinaus vereinfachend ein konstantes Verhältnis

$$\frac{\mu}{\nu} =: C \equiv \text{const.} \quad (3.13)$$

an<sup>8</sup>, so folgt daraus für  $\mu$  und  $\nu$  wegen  $\mu + \nu = z$

$$\mu = \frac{Cz}{1 + C} \quad \text{bzw.} \quad \nu = \frac{z}{1 + C}. \quad (3.14)$$

---

<sup>8</sup>Tatsächlich hängt das Verhältnis  $\mu/\nu$  auch bei festem  $z$  wesentlich davon ab, zu welchem Zeitpunkt innerhalb des Ampelumlaufs der Rückstau mit seiner inhärenten Blockstruktur betrachtet wird. Eine explizite Berücksichtigung des exakten, zeitabhängigen Quotienten  $\mu_t/\nu_t$  resultiert dabei allerdings in einer nicht-linearen Betrachtung, die ein analytisches Vorgehen bei der Herleitung der gesuchten Rückstaulängenfunktion  $\ell$  wesentlich erschwert. Nichtsdestotrotz befindet sich, soweit möglich, in Anhang B.5 eine detaillierte Beschreibung der konkreten Zusammenhänge. Zugleich wird die oben getroffene Annahme eines konstanten Verhältnisses  $\mu/\nu$  im Sinne einer sinnvollen, linearen Approximation der exakten Werte  $\mu_t$  und  $\nu_t$  erklärt.

Einsetzen in (3.12) liefert mit der noch näher zu bestimmenden Konstante  $C$  also

$$\tilde{\ell}(z) = \frac{z}{1+C} + \frac{g}{g-s(g)} \cdot \frac{Cz}{1+C} \quad (3.15)$$

als zeitunabhängige Rückstaulängenfunktion bei gegebener Anzahl  $z$  an gestauten Fahrzeugen. Darauf aufbauend ergibt sich schließlich für die durchschnittliche Verkehrsdichte  $k_{\max}$  innerhalb des Ampelrückstaus gemäß

$$k_{\max} := \frac{z}{\tilde{\ell}(z)} = \frac{1+C}{1+\frac{Cg}{g-s(g)}} \quad (3.16)$$

ein offenbar von  $z$  unabhängiger Wert. Ist dann wie schon zuvor  $c = g + r$  die Umlaufzeit der betrachteten Lichtsignalanlage und setzt man speziell  $z := m(l_{\text{fahrend}} + l_{\text{stehend}}) = m(c - s(g))$  mit einem beliebigen  $m \in \mathbb{N}$ , d.h. umfasst der Rückstau exakt ein oder mehrere, vollständige Zyklen bestehend aus je einem kompletten „fahrenden“ und „stehenden“ Block<sup>9</sup>, so berechnet sich umgekehrt die Rückstaulänge  $\tilde{\ell}(z)$  mit Blick auf die Blocklängen aus (3.6) zu

$$\tilde{\ell}(z) = m(L_{\text{fahrend}} + L_{\text{stehend}}) = mc. \quad (3.17)$$

Entsprechend der Definition von  $k_{\max}$  folgt also konkret

$$k_{\max} = \frac{z}{\tilde{\ell}(z)} = \frac{c - s(g)}{c}. \quad (3.18)$$

Ferner erhält man durch Gleichsetzen der Terme aus (3.16) und (3.18) mit

$$C = \frac{g - s(g)}{r} \quad (3.19)$$

den expliziten Wert für das bisher unbekannte Verhältnisse  $\mu/\nu$ , und aus (3.14) ergibt sich durch Einsetzen schließlich

$$\mu = \frac{g - s(g)}{c - s(g)} z \quad \text{bzw.} \quad \nu = \frac{r}{c - s(g)} z. \quad (3.20)$$

Gesucht ist aber vielmehr die Rückstaulänge  $\ell(y)$  in Abhängigkeit von der Gesamtanzahl  $y$  an Fahrzeugen im betrachteten Straßenabschnitt. Mit Hilfe der Funktion  $\tilde{\ell}$  lässt sich in diesem Zusammenhang jedoch leicht eine passende Formel angeben. Dazu ist lediglich die Anzahl  $z$  an gestauten Fahrzeugen in Abhängigkeit von  $y$  zu bestimmen.

Seien also  $\tilde{z}$  die gegebenenfalls ungerundete Anzahl an gestauten Fahrzeugen und  $\lambda$  die (ungerundete) Anzahl an Fahrzeugen im freien Verkehr (vgl. Abb. 3-4). Unter der Annahme eines homogenen Verkehrsflusses im ungestauten Bereich umfasst dieser dann unter Beachtung von Gleichung (3.8) eine Strecke von (ungerundet)  $L_{\text{frei}} = \frac{\lambda}{k_{\text{frei}}} = \lambda \frac{v_{\max}}{Q(q)}$  Zellen, wobei sich zusammen mit der von  $\tilde{z}$  abhängigen Rückstaulänge (vgl. (3.18))

$$\tilde{\ell}(\tilde{z}) = \frac{\tilde{z}}{k_{\max}} = \tilde{z} \frac{c}{c - s(g)} \quad (3.21)$$

offenbar die Länge  $N$  des betrachteten Straßenabschnitts ergeben muss. Darüber hinaus muss die Summe aus gestauten und frei fließenden Fahrzeugen natürlich genau der Gesamtfahrzeuganzahl  $y$  entsprechen. Zusammenfassend ist also zur Bestimmung von  $\tilde{z}$  lediglich das folgende, lineare

<sup>9</sup>Es zeigt sich, dass die konkrete Wahl von  $z$  unmittelbar mit den im Anhang B.5 ausführlich diskutierten, linearen Approximationen der exakten, zeitabhängigen Werte  $\mu_t$  und  $\nu_t$  (anstelle von  $\mu$  und  $\nu$ ) zusammenhängt.

Gleichungssystem bestehend aus zwei einfachen Bilanzgleichungen zu lösen:

$$\begin{cases} \lambda + \tilde{z} = y \\ \frac{\lambda}{k_{\text{frei}}} + \frac{\tilde{z}}{k_{\text{max}}} = N \end{cases} \quad (3.22)$$

Mittels einfacher Rechnungen folgt schließlich

$$\tilde{z} = \frac{N - \frac{1}{k_{\text{frei}}}y}{\frac{1}{k_{\text{max}}} - \frac{1}{k_{\text{frei}}}} = \frac{N - \frac{v_{\text{max}}}{Q(q)}y}{\frac{c}{c-s(g)} - \frac{v_{\text{max}}}{Q(q)}}. \quad (3.23)$$

Offensichtlich handelt es sich hierbei in der Regel um einen reellen Wert (d.h.  $\tilde{z} \notin \mathbb{Z}$ ), sodass die konkrete Anzahl  $z$  an gestauten Fahrzeugen im Sinne der Ganzzahligkeit in Abhängigkeit von  $y$  näherungsweise letztlich gemäß

$$z := z(y) := \lceil \tilde{z} \rceil = \left\lceil \frac{N - \frac{v_{\text{max}}}{Q(q)}y}{\frac{c}{c-s(g)} - \frac{v_{\text{max}}}{Q(q)}} \right\rceil \quad (3.24)$$

definiert werden kann<sup>10</sup>. Die gesuchte Rückstaulängenfunktion  $\ell$  ergibt sich abschließend durch Einsetzen von  $\tilde{z}$  in die Funktion  $\tilde{\ell}$ , wobei auch hier mit Blick auf die räumliche Diskretisierung im verwendeten Nagel-Schreckenberg Modell eine ganzzahlige Rundung vorgenommen wird. Mit der Gesamtfahrzeuganzahl  $y$  im betrachteten Straßensegment gilt

$$\ell(y) := \lfloor \tilde{\ell}(\tilde{z}) \rfloor = \left\lfloor \frac{c}{c-s(g)} \tilde{z} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{N - \frac{v_{\text{max}}}{Q(q)}y}{1 - \frac{c-s(g)}{c} \cdot \frac{v_{\text{max}}}{Q(q)}} \right\rfloor. \quad (3.25)$$

Es bleibt der Definitionsbereich von  $\ell$  zu klären. Offenbar ist  $y$  aufgrund der endlichen Länge  $N$  des betrachteten Straßenabschnitts nach oben beschränkt. Da die maximale Fahrzeuganzahl  $y_{\text{max}}$  letztlich genau dann auftritt, wenn das gesamte Segment gestaut ist, ergibt sich also mit der durchschnittlichen Staudichte  $k_{\text{max}}$  aus (3.18) unter Beachtung der Ganzzahligkeit

$$y_{\text{max}} := \lfloor N \cdot k_{\text{max}} \rfloor = \left\lfloor N \cdot \frac{c-s(g)}{c} \right\rfloor. \quad (3.26)$$

Mit Blick auf die minimale Gesamtfahrzeuganzahl  $y_{\text{min}}$  ist schließlich der Fall relevant, bei dem sich die Blockstruktur gemäß Abbildung 3-4 auf einen einzelnen Block mit freiem Verkehr reduziert. Unter der Annahme eines homogenen Verkehrsflusses ergibt sich dann mit der entsprechenden Verkehrsdichte  $k_{\text{frei}}$  aus (3.8) analog zur Definition von  $y_{\text{max}}$ , jedoch abhängig von der Verkehrsnachfrage  $q$

$$y_{\text{min}} := \lceil N \cdot k_{\text{frei}} \rceil = \left\lceil N \cdot \frac{Q(q)}{v_{\text{max}}} \right\rceil. \quad (3.27)$$

Beachtet man, dass die Rückstaulängenfunktion  $\ell$  gemäß (3.25) im Übrigen formal auch für reelle  $y$  sinnvoll definiert ist, kann der zugehörige Definitionsbereich  $\mathcal{D}(\ell)$  also zusammenfassend durch das Intervall

$$\mathcal{D}(\ell) := [y_{\text{min}}, y_{\text{max}}] \subset \mathbb{R} \quad (3.28)$$

erklärt werden. Es sei nur am Rande erwähnt, dass hierbei wegen  $Q(q) > 0$  für alle  $q > 0$  offenbar genau dann  $y_{\text{min}} = 0$  gilt, wenn  $q = 0$  ist (vgl. (3.27)). Darüber hinaus seien abschließend die beiden folgenden, technischen Lemmata notiert, die im weiteren Verlauf in Kapitel 4 noch

<sup>10</sup>Die Verwendung der unteren bzw. oberen Gaußklammer anstelle einer gewöhnlichen Rundung hat in dieser und in den folgenden Formeln zumeist technische Gründe.

benötigt werden, für deren Beweis aber auf Anhang B.6 verwiesen sei.

**Lemma 3.3** *Sei  $y \in \mathcal{D}(\ell)$ . Dann gilt*

- i)  $\tilde{z} \in [0, y]$ ,*
- ii)  $\ell(y) \in [0, N]$ .*

*Ist  $y$  zusätzlich ganzzahlig, gilt ferner auch  $z \in [0, y]$ .*

**Lemma 3.4** *Sei  $y \in \mathcal{D}(\ell)$ . Dann folgt aus  $z = 0$  bereits  $y = y_{\min}$ .*

Mit anderen Worten besagt Lemma 3.3, dass die Definition der Staulängenfunktion gemäß (3.25) letztlich sinnvoll ist. Insbesondere bewegt sich die Anzahl an gestauten Fahrzeugen stets zwischen 0 und der jeweiligen Gesamtfahrzeuganzahl  $y$  im Segment mit der gewünschten Konsequenz, dass negative sowie über die Segmentlänge  $N$  hinausreichende Rückstaulängen rechnerisch ausgeschlossen sind.

Das zweite Lemma 3.4 liefert schließlich die eher technische Aussage, dass höchstens dann keine gestauten Fahrzeuge zu beobachten sind, wenn die Gesamtfahrzeuganzahl  $y$  genau dem Minimalwert  $y_{\min}$  entspricht.



## 4 Profile lokaler Verkehrsdichte

Wie schon mehrfach erwähnt, wird das Systemverhalten im vorliegenden Nagel-Schreckenberg Modell mit offenen Randbedingungen wesentlich von Zu- und Abfluss bestimmt. Insbesondere die Fahrzeuganzahl  $y$  im Segment und damit letztlich auch die Rückstaulänge sowie die mittlere Verkehrsdichte im modellhaft betrachteten Straßenabschnitt werden maßgeblich vom Verhältnis dieser beiden Größen beeinflusst. Im vorangegangenen Kapitel 3 wurde in diesem Zusammenhang bereits eine konkrete Funktion zur Berechnung der Rückstaulänge in Abhängigkeit von  $y$  hergeleitet. Mit der bekannten Segmentlänge  $N$  ergibt sich darüber hinaus für die mittlere Verkehrsdichte  $\bar{K}$  unmittelbar die Formel

$$\bar{K} = \frac{y}{N}. \quad (4.1)$$

Angesichts des ohnehin stark auf Verkehrsdichte beruhenden Konzepts des in Kapitel 5 noch näher zu erklärenden, neuen Verfahrens zur Rückstaulängenschätzung bietet es sich folglich an, zunächst einmal  $y$  als zentrale Variable zur Beschreibung des jeweiligen Systemzustands zu verwenden.

Dabei ergibt sich die zeitliche Entwicklung der Fahrzeuganzahl  $y$  in natürlicher Weise aus der Bilanzierung von stochastischem Zu- und deterministischem Abfluss. Insbesondere die explizite Berücksichtigung der zufälligen Fluktuation im Zuflussprozess ist in diesem Zusammenhang von entscheidender Bedeutung. Schon früh in der Literatur (vgl. [War52, Web58]) hat sich gezeigt, dass es zu ungenauen und fehlerhaften Ergebnissen führt, wenn vereinfachend lediglich mit einem gleichmäßigen, deterministischen Zufluss gerechnet wird. Selbst wenn die entsprechende Verkehrsstärke genau dem erwarteten Zufluss der stochastischen Situation entspricht, bleiben wesentliche Phänomene der Verkehrsdynamik unberücksichtigt. Insbesondere die Vernachlässigung von Rückstau zweiter Art<sup>1</sup> (vgl. [Wu90]), die bereits bei Untersättigung aufgrund von zufälligen Zuflussschwankungen entstehen, führt gerade im Bereich der kritischen Verkehrsnachfrage  $q_{\text{krit}}$  (vgl. Abschnitt 3.1.2) zu signifikanten Abweichungen (vgl. [Hur84]).

Aus diesem Grund werden bereits seit Mitte des 20. Jahrhunderts häufig auch stochastische Warteschlangenmodelle zur Beschreibung des Rückstauprozesses an Lichtsignalanlagen verwendet (vgl. [Dar64, Ken51, KH79, New60]). Damit verbunden ist der zunehmende Einsatz entsprechender Markovketten, die sich im Rahmen der Modellierung des Stauverhaltens als hervorragend geeignet herausgestellt haben, um grundlegende Effekte des Verkehrs an Lichtsignalanlagen zu erklären (vgl. [BW90, Ols90, VZ04, Wu90]).

In den meisten Fällen werden dabei allerdings wesentliche, vereinfachende Annahmen getroffen, die sich unter anderem auf das Zu- und Abflussverhalten beziehen (vgl. z.B. [Hai59, Web58, ZV06]). Beispielsweise wird zumeist eine konstante Abflussrate unterstellt, die etwa die Tatsache vernachlässigt, dass die Sättigungsverkehrsstärke bei der Stauauflösung aufgrund von Beschleunigungseffekten in Wirklichkeit erst nach einer gewissen Anfangsphase erreicht wird (vgl. Abschnitt 3.1.1). Überhaupt wird in der Regel die detaillierte Verkehrsdynamik, die insbesondere die innere Staustruktur etwa im Sinne des Blockschemas aus Abschnitt 3.1.3 umfasst, vernachlässigt. Ganz im Gegenteil wird implizit meist angenommen, dass Rückstau keine räumliche Ausdehnung haben und gestaute Fahrzeuge stattdessen „vertikal gestapelt“ werden (vgl. [Hur84]). Eine der wenigen Ausnahmen bildet hier eine Untersuchung von Henk van Zuylen und Serge Hoogendoorn (s. [ZH07]), die sich allerdings auf den Fall beschränkt, dass sich Staus

---

<sup>1</sup>Mit Rückstau zweiter Art (im englischen Sprachgebrauch *overflow queue*) wird gemäß [Wu90] der aufgrund zufälliger Schwankungen der Zuflussverkehrsstärke auch bei Untersättigung gegebenenfalls verbleibende Teil eines Ampelrückstaus bezeichnet, der während des vorangegangenen Umlaufs nicht abgebaut werden konnte.

jeweils innerhalb eines einzelnen Ampelumschlusses komplett auflösen.

Darüber hinaus unterstellen die in der Literatur verwendeten Warteschlangenmodelle in der Regel eine unendliche Wartekapazität, bei der die Rückstaus an Lichtsignalanlagen theoretisch beliebig lang werden können (vgl. z.B. [Dar64, Hur84, New60, New65, Ols90, VZ04, ZV06]). Dies hat wegen der im Fall von Übersättigung fehlenden Ergodizität der entsprechenden Markovketten (vgl. [Dar64]) bekanntermaßen zur Folge, dass sämtliche daraus abgeleiteten, stationären<sup>2</sup> Staulängen- oder Wartezeitenformeln (vgl. z.B. [Mil63, Web58]) nur bei Untersättigung sinnvolle Ergebnisse liefern. Zwar gibt es heuristische Ansätze, die mittels geeigneter Transformationen einen Einsatz auch für Verkehrsnachfragen oberhalb des kritischen Wertes  $q_{\text{krit}}$  (vgl. Abschnitt 3.1.2) erlauben (vgl. [Akc88, Hur84, KH79]). Eine wirklich konsistente Behandlung von Unter- und Übersättigung innerhalb desselben Warteschlangen- oder Markovkettenmodells für die Rückstaulänge im Fall einer unendlichen Wartekapazität ist jedoch nicht möglich.

Mit Blick auf konkrete Straßenabschnitte mit selbstverständlich jeweils höchstens endlichen Rückstaus bietet sich daher als Ausweg die gezielte Verknüpfung klassischer Warteschlangen mit geeigneten Verkehrsflussmodellen an, mit deren Hilfe sich die Wartekapazität angepasst an die Dichtestruktur des Verkehrsflusses (vgl. Abschnitt 3.1) explizit bestimmen lässt. Basierend auf den Vorüberlegungen aus Kapitel 3 ergeben sich für das in der vorliegenden Arbeit verwendete Nagel-Schreckenberg Modell konkret die Werte  $y_{\min}$  und  $y_{\max}$  aus den Gleichungen (3.27) bzw. (3.26) als Schranken für die Gesamtfahrzeuganzahl  $y$  im Segment. Umgerechnet in die Anzahl gestauter Fahrzeuge  $z$  bedeutet dies letztlich einen Rückstau zwischen 0 und  $y_{\max}$  Fahrzeugen (vgl. (3.24), Rundung vernachlässigt) bzw. eine maximale Rückstaulänge von  $N$  Zellen (vgl. (3.25), Rundung vernachlässigt), was in gewünschter Weise genau der Segmentlänge entspricht.

Im Ergebnis sichert diese Beschränkung der Wartekapazität im Zuge der expliziten Berücksichtigung von Segmentlänge und Verkehrsdynamik schließlich die Existenz einer stationären Verteilung für die Gesamtfahrzeuganzahl  $y$  bzw. für die Rückstaulänge  $L$  (vgl. Abschnitt 4.1 bzw. 4.2) auch im Fall der Übersättigung und erlaubt so im weiteren Verlauf die einheitliche Betrachtung aller Verkehrsnachfragen  $q$ . Überhaupt bietet die gezielte, mathematische Verknüpfung entsprechender Warteschlangen- oder Markovkettenmodelle mit einem Verkehrsflussmodell den großen Vorteil, dass letztlich eine integrierte Betrachtung der Verkehrslage möglich wird. Gerade der enge, funktionale Zusammenhang zwischen zum Teil sehr unterschiedlichen Kenngrößen zur Beschreibung der Verkehrszustände an Lichtsignalanlagen, d.h. beispielsweise zwischen der Verkehrsdichte, der Rückstaulänge und der Verkehrsnachfrage bzw. Verkehrsbelastung, spielt dabei für das noch im Detail zu erklärende, neue Verfahren zur Rückstaulängenschätzung (s. Abschnitt 5.1) eine entscheidende Rolle.

Sei im Folgenden aber nun das konkrete Markovkettenmodell zur Beschreibung der zeitlichen Entwicklung der Gesamtfahrzeuganzahl  $y$  im Segment näher erläutert.

## 4.1 Die mittlere Verkehrsdichte am Ende der Sperrzeit

Wie schon eingangs geschildert, ergibt sich die mittlere Verkehrsdichte im betrachteten Straßenabschnitt gemäß (4.1) stets unmittelbar aus der Anzahl  $y$  an Fahrzeugen im Segment. Dabei lässt sich  $y$  in natürlicher Weise im Rahmen der Bilanzierung von Zu- und Abfluss herleiten. Fasst man in diesem Zusammenhang die Gesamtfahrzeuganzahl  $y_t$  zum Zeitpunkt  $t$  angesichts der Stochastizität im Zuflussprozess also jeweils als Zufallsvariable mit Werten in  $\mathbb{N}_0$  auf, so bilden die  $(y_t)_{t \in \mathbb{N}_0}$  unter der vereinfachenden Annahme, dass der Systemzustand zum Zeitpunkt  $t + 1$  abgesehen von den Modellparametern ausschließlich vom Zustand zur Zeit  $t$  abhängt, eine

---

<sup>2</sup>Stationarität bezieht sich in diesem Zusammenhang jeweils auf einen zeitunabhängigen Zustand, der sich formal im zeitlichen Limes ( $t \rightarrow \infty$ ) einstellt.



diskrete Markovkette<sup>3</sup>.

Diese ist allerdings insbesondere bedingt durch den periodisch blockierten Abfluss während der Sperrzeit offenbar zunächst inhomogen, was die analytische Betrachtung wesentlich erschwert. Beschränkt man sich jedoch auf die Zeitpunkte  $t = t_0 + mc$  mit  $m \in \mathbb{N}_0$  und einem beliebigen  $t_0 \in \mathbb{N}_0$ , d.h. betrachtet man die zeitliche Entwicklung der Gesamtfahrzeuganzahl  $y$  im Segment jeweils zu einem fixen, einheitlichen Zeitpunkt innerhalb des Ampelumschlags, so ist die entstehende Markovkette homogen (vgl. [New60]).

Sei also im Folgenden mehr oder weniger willkürlich  $t_0 \in \mathbb{N}_0$  so gewählt, dass die Zeitpunkte  $t = t_0 + mc$  mit  $m \in \mathbb{N}_0$  stets das Ende der Rotphase markieren. Befindet sich die entsprechende Markovkette dann zu einem dieser Zeitpunkte im Zustand  $y$ , so lassen sich die zugehörigen Übergangswahrscheinlichkeiten  $p_{y,y'}$  zum Folgezustand  $y'$  am Ende der nächsten Rotphase im weiteren Verlauf schrittweise approximativ konstruieren.

Mit Sperr- und Freigabezeiten  $r \in \mathbb{N}$  bzw.  $g \in \mathbb{N}$  und einer gegebenen Verkehrsnachfrage  $q$  umfasst der Rückstau an der Lichtsignalanlage zu Beginn des Umlaufs gemäß (3.24) also  $z(y)$  gestaute Fahrzeuge, von denen unter Verwendung der Abflussfunktion  $s$  aus Abschnitt 3.1.1 während der folgenden Grünphase und somit während des gesamten betrachteten Ampelumschlags zwar möglichst viele, jedoch höchstens  $s(g)$  Fahrzeuge in deterministischer Weise am rechten Rand des Systems abfließen<sup>4</sup>. Zugleich besteht prinzipiell in jedem Zeitschritt die Möglichkeit genau eines neu zufließenden Fahrzeugs am Segmentanfang, sodass der effektive Zufluss<sup>5</sup> pro Ampelumschlag wegen dessen Dauer von  $c = g + r$  Zeitschritten letztlich durch  $c$  nach oben begrenzt ist. Im Ergebnis treten in der betrachteten Markovkette für die Gesamtfahrzeuganzahl im Segment mit der Kurzschreibweise  $\chi(y) := \min\{z(y), s(g)\}$  also höchstens die Übergänge

$$y \mapsto y - \chi(y) + m \quad (4.2)$$

mit  $m = 0, \dots, c$  auf. Die zugehörigen Übergangswahrscheinlichkeiten  $p_m(y)$  können dabei unter Verwendung der Zuflussfunktion  $Q$  aus Abschnitt 2.2 für  $m = 0, \dots, c$  approximativ wie folgt definiert werden:

$$\begin{aligned} p_m(y) := & \binom{r}{m} Q(q)^m (1 - Q(q))^{r-m} \sum_{i=0}^{s(g)-\chi(y)} \binom{g}{i} Q(q)^i (1 - Q(q))^{g-i} + \dots \\ & \dots + \sum_{j=0}^{m-1} \binom{r}{j} \binom{g}{s(g)-\chi(y)+m-j} Q(q)^{s(g)-\chi(y)+m} (1 - Q(q))^{c-s(g)+\chi(y)-m}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Glücklicherweise lassen sich diese auf den ersten Blick scheinbar komplizierten Wahrscheinlichkeiten vergleichsweise leicht interpretieren. Entsprechend den Vorüberlegungen fließen nämlich aus dem gestauten Bereich vor der Lichtsignalanlage zunächst einmal  $\chi(y)$  Fahrzeuge während des Ampelumschlags ab. Zusätzlich verlassen aber auch die Fahrzeuge das System, die im Fall eines kurzen Rückstaus mit  $z(y) < s(g)$  noch während der dadurch verbleibenden Restfreigabezeit

<sup>3</sup>Man beachte die diskrete Behandlung der Zeit im Rahmen des verwendeten Nagel-Schreckenberg Modells. Weitere Informationen zu Markovketten im Allgemeinen finden sich in Anhang A.1.

<sup>4</sup>Es soll nicht verschwiegen werden, dass im Fall  $z(y) < s(g)$  selbstverständlich auch mehr als  $z(y)$  Fahrzeuge unter Ausnutzung der verbleibenden Restfreigabezeit das Segment verlassen können. Der Abfluss der zusätzlichen Fahrzeuge erfolgt dabei allerdings entsprechend der Konstruktion des Modells durchschnittlich mit der Zuflussverkehrsstärke  $Q(q)$ , sodass im Rahmen der Bilanzierung von Zu- und Abfluss vereinfachend angenommen werden kann, dass dadurch in Bezug auf die Gesamtfahrzeuganzahl im Segment kein effektiver Zu- oder Abfluss entsteht (s. auch Erläuterung der Wahrscheinlichkeiten  $p_m(y)$  im Anschluss an Gleichung (4.3)).

<sup>5</sup>Mit „effektiv“ ist in diesem Fall die Differenz aus der Anzahl insgesamt zufließender Fahrzeuge und der Anzahl an Fahrzeugen gemeint, die im Fall  $z(y) < s(g)$  noch während der verbleibenden Restfreigabezeit zusätzlich zu den zu Beginn gestauten Fahrzeugen die Lichtsignalanlage passieren.

im Schnitt mit Wahrscheinlichkeit  $Q(q)$  das Segmentende erreichen. Folglich dürfen während der Grünphase mit derselben Wahrscheinlichkeit entsprechend viele Fahrzeuge am linken Rand zufließen, ohne dass sich der effektive Zufluss verändert.

Ein effektiver Zufluss von genau  $m$  Fahrzeugen stellt sich also insbesondere dann ein, wenn während der Sperrzeit exakt  $m$  Fahrzeuge zufließen (vgl. Term vor der Summe in der ersten Zeile von (4.3)), und zugleich während der Grünphase höchstens so viele Fahrzeuge eingesetzt werden, sodass dieselbe Anzahl noch während des betrachteten Ampelumlaufs zusätzlich zu den zu Beginn gestauten Fahrzeugen die Lichtsignalanlage passiert (vgl. Summe in der ersten Zeile von (4.3)). Gemäß den vorherigen Ausführungen ist die relevante Obergrenze dabei offenbar durch  $s(g) - \chi(y)$  gegeben.

Die Summe in der zweiten Zeile von (4.3) berücksichtigt schließlich den Fall, dass bei gegebenem  $m$  während der Sperrzeit mit  $j = 0, \dots, m-1$  zwar weniger als  $m$  Fahrzeuge eingesetzt werden, zugleich aber während der Grünphase über den maximalen Abfluss  $s(g)$  hinaus ein entsprechend höherer Zufluss zu verzeichnen ist, sodass sich insgesamt letztlich doch wieder ein effektiver Zufluss von  $m$  Fahrzeugen ergibt.

Zusammengefasst ergeben sich die Übergangswahrscheinlichkeiten  $p_m(y)$  also in nahezu kanonischer Weise. Dennoch ist formal betrachtet nicht klar, dass die  $p_m(y)$  mit  $m = 0, \dots, c$  tatsächlich für jedes  $y$  eine Wahrscheinlichkeitsverteilung bilden. Zwar sind alle  $p_m(y)$  offensichtlich nicht-negativ, allerdings bleibt prinzipiell noch die entsprechende Normierungsbedingung zu zeigen (s. Lemma 4.1). Da der Beweis jedoch lediglich aus einer einfachen Rechnung besteht, sei für die Details der Übersichtlichkeit wegen auf Anhang B.7 verwiesen.

**Lemma 4.1** *Gegeben seien die  $p_m(y)$  mit  $m = 0, \dots, c$  und festem  $y$  aus (4.3). Dann gilt*

$$\sum_{m=0}^c p_m(y) = 1.$$

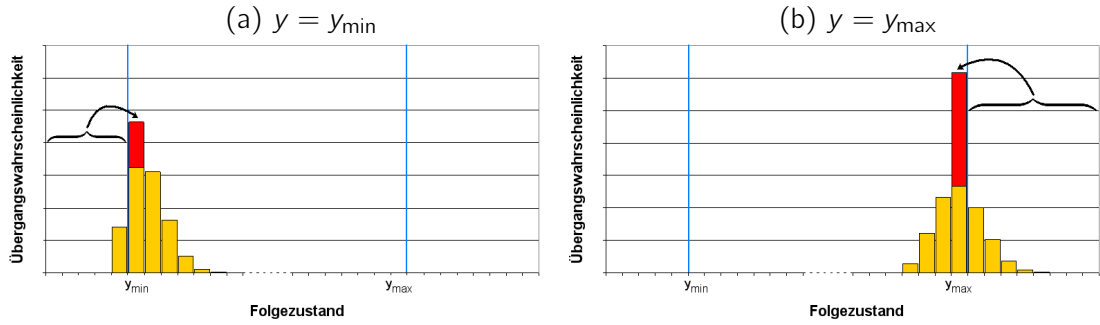
Im Ergebnis beschreiben die  $p_m(y)$  aus (4.3) also (im Wesentlichen) tatsächlich die Übergangswahrscheinlichkeiten der zu konstruierenden Markovkette für die Gesamtfahrzeuganzahl  $y$  im Segment am Ende der Sperrzeit. Mit Blick auf die endliche Wartekapazität bzw. wegen der Beschränkung von  $y$  auf Werte zwischen  $y_{\min}$  und  $y_{\max}$  ist allerdings zu beachten, dass die Folgezustände aus (4.2) offenbar nicht notwendig in diesem Bereich liegen müssen.

Ersetzt man jedoch in naheliegender Weise die Zustände  $y - \chi(y) + m$  aus (4.2) im Fall von  $y - \chi(y) + m < y_{\min}$  ( $> y_{\max}$ ) durch  $y_{\min}$  ( $y_{\max}$ ), so hat die entsprechende Markovkette letztlich wie gewünscht den Zustandsraum  $S := \{y_{\min}, y_{\min} + 1, \dots, y_{\max} - 1, y_{\max}\}$ . Die endgültigen Übergangswahrscheinlichkeiten  $p_{y,y'}$  von Zustand  $y$  nach  $y'$  mit beliebigen  $y, y' \in S$  stimmen dabei selbstverständlich in der Regel mit dem jeweils zugehörigen  $p_m(y)$  aus (4.3) überein. Lediglich wenn  $y' = y_{\min}$  bzw.  $y' = y_{\max}$  gilt, ergibt sich das entsprechende  $p_{y,y'}$  im Einzelfall auch aus der Summe mehrerer  $p_m(y)$  (vgl. Abb. 4-1). Schreibt man formal  $\hat{y}(y, m) := \min\{\max\{y - \chi(y) + m, y_{\min}\}, y_{\max}\}$  als Kurznotation für die „beschnittenen“ Folgezustände aus (4.2), so gilt unter Verwendung des sogenannten Kroneckersymbols

$$\delta_{i,j} := \begin{cases} 1 & \text{falls } i = j, \\ 0 & \text{falls } i \neq j, \end{cases} \quad (4.4)$$

für alle  $y, y' \in S$  also die folgende, allgemeine Darstellung für die Einträge  $p_{y,y'}$  in der Übergangsmatrix  $P := (p_{y,y'})_{y,y' \in S}$  der somit vollständig konstruierten Markovkette:

$$p_{y,y'} := \sum_{m=0}^c \delta_{\hat{y}(y,m),y'} \cdot p_m(y). \quad (4.5)$$



**Abbildung 4-1:** Konstruktion der Übergangswahrscheinlichkeiten  $p_{y,y'}$  aus den  $p_m(y)$ .

Es ist offensichtlich, dass die Normierungsbedingung aus Lemma 4.1 gemäß dieser Festlegung selbstverständlich auch für die  $p_{y,y'}$  ihre Gültigkeit behält, d.h. für alle  $y \in S$  gilt

$$\sum_{y'=y_{\min}}^{y_{\max}} p_{y,y'} = 1. \quad (4.6)$$

Dabei haben die Übergangswahrscheinlichkeiten  $p_{y,y'}$  einige, schöne Eigenschaften, die letztlich die Irreduzibilität und Aperiodizität und somit wegen der Endlichkeit des Zustandsraums  $S$  automatisch auch die Ergodizität der durch  $P = (p_{y,y'})_{y,y' \in S}$  beschriebenen Markovkette garantieren. Dies wiederum stellt bei gegebener Verkehrsnachfrage  $q$  unmittelbar die eindeutige Existenz einer zeitunabhängigen Gleichgewichtsverteilung für die Gesamtfahrzeuganzahl  $y$  im Segment sicher, die sich zumindest im zeitlichen Limes unabhängig vom Startzustand stets einstellt und auf der im weiteren Verlauf wesentliche Teile der vorliegenden Arbeit aufbauen.

Sei also zunächst das folgende Lemma 4.2 notiert, das die relevanten Eigenschaften der  $p_{y,y'}$  mit  $y, y' \in S$  zusammenfasst.

**Lemma 4.2** *Gegeben seien die Übergangswahrscheinlichkeiten  $p_{y,y'}$  aus Gleichung (4.5). Ist dann  $q \in (0, 1]$ , so gilt*

- i)  $p_{y,y-1} > 0$  für alle  $y \in S$  mit  $y > y_{\min}$ ,
- ii)  $p_{y,y} > 0$  für alle  $y \in S$ ,
- iii)  $p_{y,y+1} > 0$  für alle  $y \in S$  mit  $y < y_{\max}$ .

**Beweis:** i) Sei  $y \in S$  mit  $y > y_{\min}$ . Dann gilt wegen der Ganzzahligkeit von  $y$  zumindest  $y_{\min} \leq y - 1 \leq y_{\max}$ . Darüber hinaus erhält man wegen  $g \geq 1$  die Ungleichungskette<sup>6</sup>  $1 \leq s(g) \leq g \leq c$ . Wegen  $y > y_{\min}$ , d.h. gemäß Lemma 3.4 wegen  $z(y) \geq 1$  folgt also  $0 \leq \chi(y) - 1 = \min\{z(y), s(g)\} - 1 \leq c$ , und  $m = \chi(y) - 1$  taucht somit als Index bei der Summation in (4.5) auf. Durch Beschränkung auf den entsprechenden Summanden ergibt sich

<sup>6</sup>Der Nachweis von  $1 \leq s(g) \leq g$  für  $g \geq 1$  ist weitestgehend trivial. Die Aussage  $1 \leq s(g)$  folgt dabei wegen  $d(1; v_{\max}) = 1$  für alle  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  (vgl. Tabelle 3-1) unmittelbar aus der Darstellung (3.1) der Abflussfunktion  $s$ . Der zweite Teil  $s(g) \leq g$  ist darüber hinaus unter Beachtung der strengen Monotonie der Funktion  $d(\cdot; v_{\max})$  (s. Abschnitt 3.1.1) ebenfalls aus (3.1) ersichtlich. Alternativ kann man argumentieren, dass im deterministischen Nagel-Schreckenberg Modell bekanntlich höchstens 1 Fahrzeug pro Zeitschritt das System verlassen kann. Da  $s(g)$  die Anzahl abgeflossener Fahrzeuge nach  $g$  Zeitschritten beschreibt, ist folglich auch hier die Ungleichung  $s(g) \leq g$  unmittelbar klar.

mit  $\hat{y}(y, \chi(y) - 1) = y - 1$  die folgende Abschätzung:

$$p_{y,y-1} = \sum_{m=0}^c \delta_{\hat{y}(y,m),y-1} \cdot p_m(y) \geq \delta_{\hat{y}(y,\chi(y)-1),y-1} \cdot p_{\chi(y)-1}(y) = p_{\chi(y)-1}(y). \quad (4.7)$$

Mit  $j = 0$  in (4.3) bzw.  $i = s(g) - 1$ , falls  $\chi(y) - 1 = 0$  gilt, lässt sich dann aber leicht weiter abschätzen. Unter Berücksichtigung von  $0 < Q(q) \leq Q_{\max} < 1$  (vgl. Abschnitt 2.2, beachte  $q > 0$ ) ergibt sich wegen  $s(g) \geq 1$  schließlich wie behauptet

$$p_{y,y-1} \geq p_{\chi(y)-1}(y) \geq \binom{r}{0} \binom{g}{s(g)-1} Q(q)^{s(g)-1} (1 - Q(q))^{c-s(g)+1} > 0. \quad (4.8)$$

ii) + iii) Die Aussagen ii) und iii) des Lemmas 4.2 zeigt man ganz analog, weshalb auf die Details an dieser Stelle verzichtet werden soll. Die wesentliche Idee ist dabei, sich bei den notwendigen Abschätzungen wie in i) stets auf jeweils einen geeigneten Summanden in den auftretenden Summen zu konzentrieren.  $\square$

Basierend auf Lemma 4.2 hat also die Übergangsmatrix  $P = (p_{y,y'})_{y,y' \in S}$  der untersuchten Markovkette im Fall  $q \in (0, 1]$  die Gestalt

$$P = \begin{pmatrix} \star & \star & & ? \\ \star & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & \star \\ ? & & \star & \star \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

mit echt positiven Einträgen an den Stellen  $\star$  und irgendwelchen Einträgen sonst. Wie schon zuvor angedeutet, erkennt man sofort die Irreduzibilität und Aperiodizität, die aufgrund der Endlichkeit des Zustandsraums  $S$  letztlich die Existenz jeweils eindeutig bestimmter Gleichgewichtsverteilungen  $\pi = \pi(q)$  liefern, welche ihrerseits die zeitunabhängige, stationäre Situation im betrachteten System bei gegebener Verkehrsnachfrage  $q$  beschreiben.

Die jeweils als Zeilenvektor geschriebene Verteilung  $\pi := (\pi_{y_{\min}}, \dots, \pi_{y_{\max}})$  mit den stationären Wahrscheinlichkeiten  $\pi_y$  für alle Zustände  $y \in S$  ist dabei die eindeutige Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\pi P = \pi \quad (4.10)$$

mit  $\sum_{y=y_{\min}}^{y_{\max}} \pi_y = 1$ . Mit dem Einsvektor

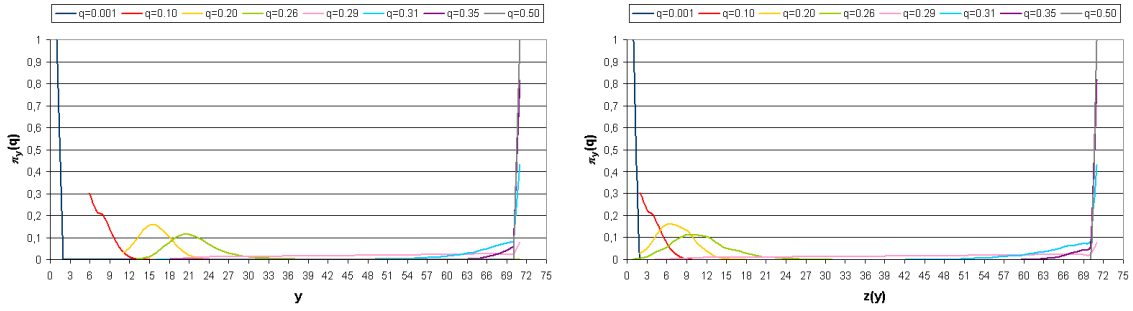
$$\mathbf{1} := \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{y_{\max}-y_{\min}+1} \quad (4.11)$$

und der Einheitsmatrix  $I := (\delta_{ij})_{i,j} \in \mathbb{R}^{(y_{\max}-y_{\min}+1) \times (y_{\max}-y_{\min}+1)}$  ergibt sich schließlich unmittelbar das hierzu äquivalente Gleichungssystem

$$\pi(P - I, \mathbf{1}) = (0, \dots, 0, 1), \quad (4.12)$$

das mit numerischen Standardverfahren problemlos gelöst werden kann.

Abbildung 4-2 zeigt exemplarisch für verschiedene Verkehrsnachfragewerte  $q$  die resultierende, stationäre Verteilung  $\pi(q)$  sowohl bezogen auf  $y$  als auch bezüglich der Anzahl  $z(y)$  an gestauten Fahrzeugen. Man erkennt leicht die qualitative Ähnlichkeit zu früheren Untersuchungen



**Abbildung 4-2:** Stationäre Verteilungen  $\pi(q)$  für verschiedene Werte  $q$  bzgl.  $y$  bzw.  $z$ .  
(Verwendete Basisparameter:  $N = 100$ ,  $g = 25$ ,  $r = 35$ ,  $v_{\max} = 2$ .)

(vgl. z.B. [BW90, Wu90]), allerdings kann an dieser Stelle nun auch der Fall  $q \geq q_{\text{krit}}$  konsistent mitbehandelt werden. Unter Beachtung der in Abbildung 4-2 verwendeten Basisparameter ergibt sich dabei für die kritische Verkehrsnachfrage, bei der das Systemverhalten zwischen Unter- und Übersättigung wechselt, gemäß Formel (3.4) aus Abschnitt 3.1.2 der konkrete Wert  $q_{\text{krit}} \approx 0.289$ .

Es sei nur am Rande erwähnt, dass selbstverständlich auch in der aus technischen Gründen bisher vernachlässigten Situation ohne Zufluss, d.h. mit  $q = 0$  eine entsprechende, stationäre Verteilung  $\pi(0)$  existiert, die ebenfalls als normierte Lösung des Gleichungssystems (4.10) bestimmt werden kann. Man beachte dazu, dass die Wahrscheinlichkeiten  $p_m(y)$  aus (4.3) in diesem Fall für alle  $y \in S$  durch  $p_0(y) = 1$  bzw.  $p_m(y) = 0$ , falls  $m \neq 0$ , gegeben sind. Für die Einträge in der ersten Zeile der daraus abgeleiteten Übergangsmatrix

$$P = (p_{y,y'})_{y,y' \in S} \quad (4.13)$$

gilt folglich gemäß (4.5) für alle  $y' \in S$

$$p_{y_{\min},y'} = \sum_{m=0}^c \delta_{\hat{y}(y_{\min},m),y'} \cdot p_m(y_{\min}) = \delta_{\hat{y}(y_{\min},0),y'} = \delta_{y_{\min},y'}. \quad (4.14)$$

Insgesamt ergibt sich also für  $P$  die Gestalt

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ ? & & \dots & & ? \\ \vdots & & & & \vdots \\ ? & \dots & & & ? \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

mit irgendwelchen Einträgen unterhalb der ersten Zeile, und man identifiziert unmittelbar  $\pi(0) := (1, 0, \dots, 0)$  als normierte Lösung des entsprechenden Gleichungssystems (4.10). Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass im Fall  $q = 0$  gemäß (3.27) automatisch auch  $y_{\min} = 0$  gilt, besagt  $\pi(0)$  in plausibler Weise also nichts anderes, als dass sich in der stationären Situation ohne Zufluss (fast sicher<sup>7</sup>) keine Fahrzeuge im betrachteten Straßenabschnitt aufhalten.

Bezogen auf die mittlere Verkehrsdichte  $\bar{K}$  im Segment ergibt sich unter stationären Bedingungen laut (4.1) somit (wiederum fast sicher) der vernünftigerweise richtige Wert  $\bar{K} = 0$ . Aber nicht nur in diesem Spezialfall kann  $\bar{K}$  näher bestimmt werden. Ist  $q \in [0, 1]$  beliebig, so berechnet sich die erwartete, mittlere Verkehrsdichte erneut wegen (4.1) unter Verwendung der

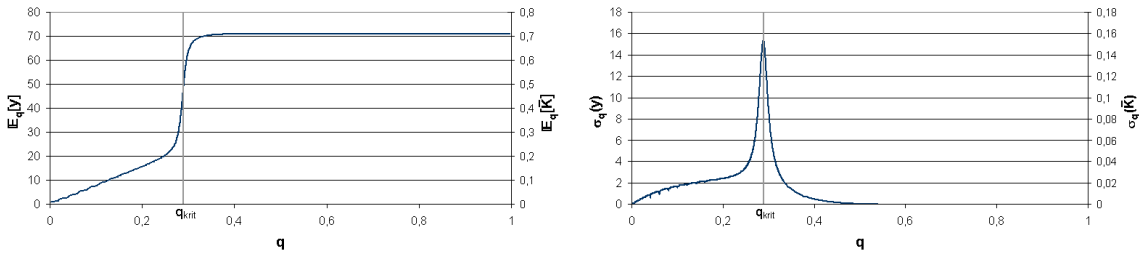
<sup>7</sup>Der mathematische Terminus „fast sicher“ besagt, dass ein stochastisches Ereignis mit Wahrscheinlichkeit 1 eintritt.

entsprechenden Gleichgewichtsverteilung  $\pi(q)$  für  $y$  offenbar leicht gemäß

$$\mathbb{E}_q[\bar{K}] = \frac{1}{N} \sum_{y=y_{\min}}^{y_{\max}} y \pi_y(q), \quad (4.16)$$

wobei  $\mathbb{E}_q[\cdot]$  formal den Erwartungswert bezüglich  $\pi(q)$  bezeichnet.

Abbildung 4-3 zeigt unter Verwendung derselben Basisparameter wie zuvor (vgl. Abb. 4-2) die erwartete Gesamtfahrzeuganzahl  $\mathbb{E}_q[y]$  im Segment und die gemäß (4.16) ermittelte, mittlere Verkehrsdichte  $\mathbb{E}_q[\bar{K}]$  zusammen mit den zugehörigen Standardabweichungen  $\sigma_q(y)$  und  $\sigma_q(\bar{K})$  in Abhängigkeit von  $q$ . Man erkennt sofort den erwarteten Übergang zwischen Unter- und Übersättigung mit einer maximalen Standardabweichung exakt bei der kritischen Verkehrsnachfrage. Insbesondere der signifikante Anstieg von  $\sigma_q(y)$  bzw.  $\sigma_q(\bar{K})$  in der Nähe von  $q_{\text{krit}}$  deutet dabei auf eine äußerst instabile Verkehrslage hin, bei der schon kleinste stochastische Fluktuationen im Zufluss einen wesentlichen Einfluss etwa auf die Anzahl gestauter Fahrzeuge haben können.



**Abbildung 4-3:** Erwartungswert und Standardabweichung von  $y$  und  $\bar{K}$ .  
(Verwendete Basisparameter:  $N = 100$ ,  $g = 25$ ,  $r = 35$ ,  $v_{\max} = 2$ .)

## 4.2 Die mittlere Verkehrsdichte während des Ampelumlaufs

Offensichtlich lässt sich das stationäre Systemverhalten am Ende der Sperrzeit mit dem Markovketten-Modell des vorherigen Abschnitts 4.1 sehr plausibel beschreiben. Offen ist allerdings noch die Frage, wie sich die Gesamtfahrzeuganzahl  $y$  bzw. die mittlere Verkehrsdichte  $\bar{K}$  während des Ampelumlaufs verhalten. Dabei ist es im Rahmen der hier durchgeführten, stationären Betrachtung letztlich sinnvoll, die zeitliche Entwicklung pro Umlauf jeweils in Abhängigkeit von dem zuvor berechneten, stationären Systemzustand zu beschreiben.

Bezeichnet also (ohne Einschränkung) mit anderen Worten  $t = 0$  das Ende der Sperrzeit und ist  $Y_0$  die zugehörige, stationäre, aber zufällige Gesamtfahrzeuganzahl im Segment zu diesem Zeitpunkt, so gilt für die entsprechenden Fahrzeuganzahlen  $Y_t$  mit  $t = 0, \dots, c - 1$  bis zum Ende des mit  $t = 0$  beginnenden Ampelumlaufs

$$Y_t = Y_0 + Y^{\text{zu}}(t) - Y^{\text{ab}}(t) \quad (4.17)$$

wobei  $Y^{\text{zu}}(t)$  und  $Y^{\text{ab}}(t)$  die (zufälligen) kumulativen Anzahlen zu- bzw. abfließender Fahrzeuge ab Beginn des Umlaufs bis zur Zeit  $t$  sind.

Beachtet man, dass die  $Y_t$  jeweils beschränkt auf die Freigabe- bzw. Sperrzeit in ähnlicher Weise wie bei der umlaufbezogenen Betrachtung des vorherigen Abschnitts 4.1 im Wesentlichen<sup>8</sup> homogene Markovketten bilden, so wäre es mit einigem Zusatzaufwand prinzipiell möglich, das

<sup>8</sup>Streng genommen müsste die nicht-konstante Abflussrate entsprechend der Abflussfunktion  $s$  aus Abschnitt 3.1.1 berücksichtigt werden, was letztlich zu einer inhomogenen Markovkette führen würde. Unter der vereinfachenden Annahme einer konstanten Abflussrate wäre die Homogenität allerdings tatsächlich gegeben.

Systemverhalten auch während des Ampelumschlags in Form geeigneter (durch  $Y_0$  bedingter) Markovketten zu modellieren (vgl. [ZV06]). Angesichts des nur geringen, zu erwartenden Gewinns scheint es im Sinne der mathematischen Einfachheit an dieser Stelle jedoch sinnvoller, im Rahmen einer Durchschnittsbetrachtung die  $Y_t$  jeweils schlicht durch den entsprechenden, bedingten Erwartungswert gegeben  $Y_0$  anzunähern. Unter Berücksichtigung der üblichen Rechenregeln für bedingte Erwartungen<sup>9</sup> ergibt sich also

$$Y_t \approx \mathbb{E}(Y_t|Y_0) = \mathbb{E}(Y_0 + Y^{\text{zu}}(t) - Y^{\text{ab}}(t)|Y_0) = Y_0 + \mathbb{E}(Y^{\text{zu}}(t)|Y_0) - \mathbb{E}(Y^{\text{ab}}(t)|Y_0). \quad (4.18)$$

Mittels heuristischer Überlegungen können dabei die auftretenden, bedingten Erwartungswerte für Zu- und Abfluss approximativ bestimmt werden.

Unter der plausiblen Annahme<sup>10</sup>, dass der Zufluss  $Y^{\text{zu}}(t)$  stochastisch unabhängig von  $Y_0$  ist, folgt also jeweils mit der Zuflussrate  $Q(q)$  aus Abschnitt 2.2 aufgrund der Rechenregeln für bedingte Erwartungen

$$\mathbb{E}(Y^{\text{zu}}(t)|Y_0) = \mathbb{E}[Y^{\text{zu}}(t)] = t \cdot Q(q). \quad (4.19)$$

Als Näherung für den erwarteten Abfluss  $\mathbb{E}(Y^{\text{ab}}(t)|Y_0)$  bis zur Zeit  $t$  gegeben  $Y_0$  kann schließlich mit der gemäß (3.24) zu  $Y_0$  gehörenden Anzahl  $z(Y_0)$  gestauter Fahrzeuge, der zeitunabhängigen Rückstaulängenfunktion  $\ell$  aus (3.25) und der Abflussfunktion  $s$  aus Abschnitt 3.1.1 der Term

$$\mathbb{E}(Y^{\text{ab}}(t)|Y_0) \approx \min \left\{ s(t \wedge g), z(Y_0) + [agv_{\max} - \ell(Y_0)]^+ \cdot \frac{t \wedge g}{g} \frac{Q(q)}{v_{\max}} \right\} \quad (4.20)$$

angegeben werden, wobei neben dem sogenannten Positivteil  $f^+ := \max\{f, 0\}$  einer Funktion  $f$  der Übersichtlichkeit wegen die Notation  $t \wedge g := \min\{t, g\}$  gilt und  $a \in [0, 1]$  ein geeigneter Anpassungsparameter ist.

Zur Erklärung dieses scheinbar komplizierten Ausdrucks sei festgehalten, dass nach Setzung des Startzeitpunkts  $t = 0$  an das Ende der Sperrzeit bis zur Zeit  $t \leq g$  gemäß dem in Abschnitt 3.1.1 analysierten Abflussverhalten maximal  $s(t)$  Fahrzeuge das System verlassen. Beachtet man zusätzlich, dass ab dem Beginn der folgenden Sperrzeit, d.h. ab dem Zeitpunkt  $t = g$  keine weiteren Fahrzeuge mehr während des betrachteten Ampelumschlags die Lichtsignalanlage passieren, so ergibt sich für  $t = 0, \dots, c - 1$  letztlich insgesamt ein maximaler Abfluss von  $s(t \wedge g)$  Fahrzeugen bis zur Zeit  $t$ .

Zu bemerken ist, dass bei hinreichend kurzen Rückstaus, die sich bereits vor Ende der Freigabezeit vollständig auflösen, selbstverständlich auch ein geringerer Abfluss möglich ist. In diesem Fall fließen zunächst einmal natürlich alle zu Beginn der Freigabezeit gestauten, d.h.  $z(Y_0)$  Fahrzeuge ab. Hinzu kommen die Fahrzeuge, die daran anschließend die noch verbleibende Restgrünzeit zum Passieren der Lichtsignalanlage nutzen. Um deren Anzahl abzuschätzen, überlegt man sich, dass ein Verlassen des Systems während der Restfreigabezeit wegen der durch  $v_{\max}$  nach oben beschränkten Geschwindigkeit letztlich nur dann möglich ist, wenn sich das entsprechende Fahrzeug zur Zeit  $t = 0$  in einer Entfernung von höchstens  $gv_{\max}$  Zellen zur Lichtsignalanlage befindet. Berücksichtigt man darüber hinaus mittels des pauschalen Anpassungsparameters  $a$  den Effekt, dass derartige Fahrzeuge gegebenenfalls zunächst am Stauende zwischenzeitlich abbremsen oder sogar anhalten müssen und dadurch in Bezug auf die verbleibende Grünzeit einen

<sup>9</sup>Eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten Eigenschaften bedingter Erwartungen findet sich in Anhang A.2.

<sup>10</sup>Tatsächlich ist der Zufluss  $Y^{\text{zu}}(t)$  nach Konstruktion des Modells solange stochastisch unabhängig von  $Y_0$  wie der Rückstau nicht bis an den linken Rand des Systems heranreicht. Ist hingegen der betrachtete Straßenabschnitt (zeitweise) vollständig gestaut, so hat dies den Effekt, dass einzelne Fahrzeuge nicht zufließen können. Die Formel (4.19) beschreibt in diesem Fall der Übersättigung also formal einen zu großen Zufluss, was durch die abschließende Beschneidung der Gesamtfahrzeuganzahl  $Y_t$  auf das zulässige Intervall  $[y_{\min}, y_{\max}]$  in (4.23) letztlich aber wieder ausgeglichen wird.

zusätzlichen Zeitverlust erleiden, so ergibt sich als Länge des nicht-gestauten Bereichs (vgl. Abschnitt 3.1.3), aus dem Fahrzeuge noch während des betrachteten Umlaufs das System verlassen, nach Abzug der anfänglichen Staulänge  $\ell(Y_0)$  der selbstverständlich stets nicht-negative Wert  $[agv_{\max} - \ell(Y_0)]^+$ .

Die Anzahl der ursprünglich nicht-gestauten, bis zum Ende der Freigabezeit abfließenden Fahrzeuge kann folglich mit Hilfe der bekannten Verkehrsdichte  $k_{\text{frei}} = \frac{Q(q)}{v_{\max}}$  für den Block freien Verkehrs aus (3.8) unter Vernachlässigung stochastischer Fluktuationen leicht durch den Term  $[agv_{\max} - \ell(Y_0)]^+ \cdot \frac{Q(q)}{v_{\max}}$  angenähert werden. Verteilt man diesen zusätzlichen Abfluss in Form einer Multiplikation mit  $\frac{t \wedge g}{g}$  schließlich noch vereinfachend gleichmäßig auf die gesamte Grünphase, so erkennt man, dass bis zur Zeit  $t$  über die anfänglich gestauten Fahrzeuge hinaus prinzipiell  $[agv_{\max} - \ell(Y_0)]^+ \cdot \frac{t \wedge g}{g} \cdot \frac{Q(q)}{v_{\max}}$  Fahrzeuge zum Verlassen des Segments bereitstehen. Unter erneuter Berücksichtigung der Tatsache, dass die Anzahl abfließender Fahrzeuge bis zur Zeit  $t$  durch  $s(t \wedge g)$  nach oben beschränkt ist, folgt also letztlich genau der in (4.20) vorgeschlagene Näherungsterm, der offensichtlich nicht nur bei kurzen Rückstaus, die sich während der Freigabezeit stets vollständig auflösen, sinnvoll ist.

Fasst man nun die ungefähren Werte aus (4.19) und (4.20) gemäß Gleichung (4.18) zusammen, so ergibt sich jeweils

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_t &:= Y_0 + t \cdot Q(q) - \min \left\{ s(t \wedge g), z(Y_0) + [agv_{\max} - \ell(Y_0)]^+ \cdot \frac{t \wedge g}{g} \cdot \frac{Q(q)}{v_{\max}} \right\} \\ &\approx \mathbb{E}(Y_t | Y_0) \\ &\approx Y_t \end{aligned} \tag{4.21}$$

als vernünftige Approximation für  $Y_t$  bzw. für die erwartete Fahrzeuganzahl  $\mathbb{E}(Y_t | Y_0)$  im Segment zur Zeit  $t$  gegeben  $Y_0$ . Problematisch bei dieser Setzung ist lediglich, dass sie nicht automatisch die Zulässigkeit der (ungerundeten) Gesamtfahrzeuganzahl  $\tilde{Y}_t$ , d.h.  $\tilde{Y}_t \in [y_{\min}, y_{\max}]$  sicherstellt. Mittels der bereits in Abschnitt 4.1 bei der Konstruktion der Übergangswahrscheinlichkeiten  $p_{y,y'}$  verwendeten Beschneidungsmethode (vgl. Abb. 4-1) lässt sich allerdings leicht eine angemessene Lösung erzwingen. Im weiteren Verlauf kann daher entsprechend mit

$$Y_t := \min\{\max\{\tilde{Y}_t, y_{\min}\}, y_{\max}\} \tag{4.22}$$

ein jeweils sinnvoller Näherungswert für die Gesamtfahrzeuganzahl im Segment zur Zeit  $t$  gegeben  $Y_0$  verwendet werden<sup>11</sup>. Wird in diesem Zusammenhang eine Realisierung  $Y_0 = y_0$  mit  $y_0 \in \{y_{\min}, \dots, y_{\max}\}$  betrachtet, soll ferner die Notation

$$Y_t(y_0) := \min\{\max\{\tilde{Y}_t, y_{\min}\}, y_{\max}\} \tag{4.23}$$

gelten, wobei die Zufallsvariable  $Y_0$  in der Definition von  $\tilde{Y}_t$  in (4.21) natürlich durch den konkreten Wert  $y_0$  zu ersetzen ist. Dies erlaubt letztlich die Beschreibung der Gesamtfahrzeuganzahl im Segment zu jedem Zeitpunkt  $t = 0, \dots, c-1$  innerhalb des Ampelumlaufs als (deterministische) Funktion

$$Y_t : \{y_{\min}, \dots, y_{\max}\} \longrightarrow [y_{\min}, y_{\max}] \tag{4.24}$$

der entsprechenden Fahrzeuganzahl  $y_0$  zur Zeit  $t = 0$ .

Bezogen auf die mittlere Verkehrsdichte  $\bar{K}_t$  im betrachteten Straßenabschnitt zur Zeit  $t$  des Ampelumlaufs ergibt sich somit ähnlich wie am Ende des Abschnitts 4.1 in Gleichung (4.16)

<sup>11</sup>Zur Vereinfachung der Notation werden im weiteren Verlauf die ursprünglichen Zufallsvariablen  $Y_t$  und die hier definierten Näherungen identisch bezeichnet.



unter Verwendung derselben stationären Verteilung  $\pi(q)$  für beliebige  $q \in [0, 1]$

$$\mathbb{E}_q[\bar{K}_t] = \frac{1}{N} \sum_{y_0=y_{\min}}^{y_{\max}} Y_t(y_0) \pi_{y_0}(q). \quad (4.25)$$

Wichtiger an dieser Stelle ist allerdings der mit Hilfe der Funktionen  $Y_t$  und  $\ell$  aus (4.23) bzw. (3.25) basierend auf der jeweiligen Gleichgewichtsverteilung  $\pi(q)$  aus Abschnitt 4.1 für jedes  $q \in [0, 1]$  approximativ berechenbare Erwartungswert  $\mathbb{E}_q[\bar{L}]$  der (zeitlich) gemittelten<sup>12</sup> Rückstaulänge

$$\bar{L} := \frac{1}{c} \sum_{t=0}^{c-1} \ell(Y_t). \quad (4.26)$$

Bei genauerer Betrachtung der bisherigen Ausführungen zeigt sich nämlich, dass grundsätzlich noch der Parameter  $a$  in (4.20) bzw. (4.21) näher zu bestimmen ist. Hierzu bietet es sich im Rahmen der vorliegenden Arbeit mit Blick auf die grundsätzliche Zielsetzung der Rückstaulängenschätzung an, basierend auf konkreten Simulationsergebnissen für eine Reihe von Verkehrsnachfragewerten  $q$  beispielsweise den quadratischen Fehler zwischen analytischer und simulierter, (zeitlich) gemittelter Rückstaulänge zu minimieren<sup>13</sup>.

Seien in diesem Zusammenhang  $L_{t,q}^{(i)}$  mit  $t = 1, \dots, T$  und  $i = 1, \dots, n$  die nach hinreichender Vorlaufzeit<sup>14</sup> während  $T$  Zeitschritten in der Simulation gemessenen Rückstaulängen, wobei der Index  $i$  den  $i$ -ten von insgesamt  $n$  Simulationsläufen mit der Verkehrsnachfrage  $q$  markiert. Die zeitlich gemittelte Rückstaulänge im  $i$ -ten Simulationsdurchgang zu gegebenem  $q$  ist dann für alle  $i = 1, \dots, n$  definiert durch

$$\bar{L}_q^{(i)} := \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T L_{t,q}^{(i)}, \quad (4.27)$$

<sup>12</sup>Natürlich lässt sich die Rückstaulänge gemäß  $L_t := \ell(Y_t)$  auch für jeden Zeitpunkt  $t = 0, \dots, c-1$  des Ampelumlaufs einzeln berechnen. Der zugehörige Erwartungswert gegeben  $q$  ist dann

$$\mathbb{E}_q[L_t] = \mathbb{E}_q[\ell(Y_t)] = \sum_{y_0=y_{\min}}^{y_{\max}} \ell(Y_t(y_0)) \pi_{y_0}(q).$$

Umgekehrt ist ferner eine zusätzliche, zeitliche Mittelung bei den Verkehrsdichten  $\bar{K}_t$  aus (4.25) durchführbar, was letztlich auf die Zufallsgröße

$$\bar{\bar{K}} := \frac{1}{c} \sum_{t=0}^{c-1} \bar{K}_t$$

mit Erwartungswert

$$\mathbb{E}_q[\bar{\bar{K}}] = \frac{1}{c} \sum_{t=0}^{c-1} \mathbb{E}_q[\bar{K}_t] = \frac{1}{c} \sum_{t=0}^{c-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{y_0=y_{\min}}^{y_{\max}} Y_t(y_0) \pi_{y_0}(q) \right]$$

führt. Es ist selbstverständlich, dass angesichts der Vielzahl an Möglichkeiten bei der Berechnung von sinnvollen Werten für Rückstaulänge und Verkehrsdichte (vgl. auch Anhang B.8) eine sorgfältige Unterscheidung der verschiedenen Mittel- und Erwartungswerte erforderlich ist, um gerade im Hinblick auf die Bewertung späterer Ergebnisse Verwechslungen und Fehlinterpretationen zu vermeiden.

<sup>13</sup>Selbstverständlich ist beispielsweise auch eine Optimierung bezüglich der maximalen Staulänge oder der Verkehrsdichte möglich. Darüber hinaus ist letztlich auch die Verwendung quadratischer Fehlerterme nicht zwingend. Ein detaillierter Vergleich verschiedener Optimierungskriterien würde an dieser Stelle allerdings zu weit führen. Anhang B.8 liefert zumindest einen kurzen Eindruck über einzelne Möglichkeiten.

<sup>14</sup>Durch eine hinreichende Vorlaufzeit wird sichergestellt, dass sich das System zum Zeitpunkt der Messung (näherungsweise) im stationären Zustand befindet.

und das arithmetische Mittel aller  $\bar{L}_q^{(i)}$  liefert gemäß

$$\bar{L}_q := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{L}_q^{(i)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T L_{t,q}^{(i)} \quad (4.28)$$

für hinreichend großes  $n$  letztlich einen statistisch verlässlichen Wert für die bei Verkehrsnachfrage  $q$  tatsächlich erwartete, mittlere Rückstaulänge im verwendeten Verkehrsmodell.

Der entsprechende, analytische Näherungsterm  $\mathbb{E}_q[\bar{L}]$ , der unter anderem wesentlich auf der Gleichgewichtsverteilung  $\pi(q)$  aus Abschnitt 4.1 basiert, ergibt sich schließlich aus (4.26) gemäß

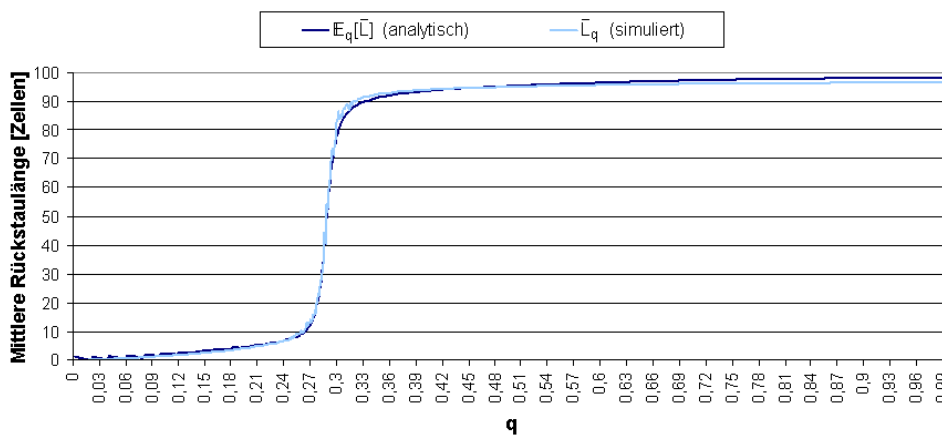
$$\mathbb{E}_q[\bar{L}] = \sum_{y_0=y_{\min}}^{y_{\max}} \left[ \pi_{y_0}(q) \cdot \frac{1}{c} \sum_{t=0}^{c-1} \ell(Y_t(y_0)) \right] = \sum_{y_0=y_{\min}}^{y_{\max}} \sum_{t=0}^{c-1} \frac{\pi_{y_0}(q)}{c} \ell(Y_t(y_0)). \quad (4.29)$$

Die zu minimierende Zielfunktion<sup>15</sup> bei Verwendung des quadratischen Fehlers lautet somit

$$\text{err}(a) := \sum_q (\mathbb{E}_q[\bar{L}] - \bar{L}_q)^2. \quad (4.30)$$

Dabei hängt  $\text{err}(a)$  offenbar in komplizierter Weise von  $a$  ab (vgl. u.a. (4.21)), und auch die Ableitung ist, wenn überhaupt, nur mühsam analytisch berechenbar. Zur Optimierung des Parameters  $a$  bieten sich daher sogenannte Verfahren der direkten Suche an, die auch ohne Ableitungsinformationen auskommen (vgl. [Mül04]). Als Standardmethode in diesem Zusammenhang liefert das Simplexverfahren von Nelder und Mead (vgl. [Mül04, NM65]) gute Ergebnisse.

Mit Blick auf die im Rahmen einer umfassenden Simulations- und Evaluationskampagne in Kapitel 5 noch im Detail untersuchte Konstellation an Basisparametern für das verwendete, deterministische Nagel-Schreckenberg Modell mit Segmentlänge  $N = 100$ , Sperr- und Freigabezeiten  $r = 35$  bzw.  $g = 25$  und Maximalgeschwindigkeit  $v_{\max} = 2$  (vgl. Abb. 4-2 und 4-3) ergibt sich basierend auf insgesamt 300 verschiedenen Werten  $q \in [0, 1]$  mit jeweils  $n = 30$  Simulationsläufen und einem Aggregationsintervall von  $T = 3600$  Zeitschritten beispielsweise mit  $a^* := 0.8382510543$  ein optimaler Wert für  $a$ .



**Abbildung 4-4:** Vergleich zwischen simulierter und analytischer, mittlerer Rückstaulänge. (Basisparameter:  $N = 100$ ,  $g = 25$ ,  $r = 35$ ,  $v_{\max} = 2$ ;  $a = 0.8382510543$ , vgl. [Neu10a])

<sup>15</sup>Prinzipiell wäre die logische Zielfunktion gegeben durch das Integral  $\int_0^1 (\mathbb{E}_q[\bar{L}] - \bar{L}_q)^2 dq$ . Da jedoch simulierte Werte  $\bar{L}_q$  naturgemäß stets nur für eine endliche Anzahl an Verkehrsnachfragen  $q$  vorhanden sind, reduziert sich das Integral letztlich auf die Summe aus (4.30) mit Summation über genau diese  $q$ .

Abbildung 4-4 zeigt in diesem Fall die analytisch berechneten Rückstaulängen im Vergleich mit den entsprechenden Simulationsergebnissen. Es zeigt sich eine hervorragende Übereinstimmung für das gesamte Spektrum an Verkehrsnachfragewerten  $q$ , was letztlich die hohe Qualität der hergeleiteten Näherungsformeln belegt. Dabei ist der Einfluss des Parameters  $a$  in weiten Bereichen vergleichsweise gering, wie zum Beispiel ein Vergleich mit zu Abbildung 4-4 analogen Rückstaulängenkurven für leicht modifizierte  $a$  zeigt. Gerade im Hinblick auf Anwendungen in der Praxis, bei denen die benötigten Basisparameter ohnehin nur näherungsweise bekannt sein dürften, kann daher der Einfluss eines exakt optimierten Parameters  $a$  auch vernachlässigt werden. In den meisten Fällen wird es ausreichend sein, pauschal den oben bestimmten Wert  $a^*$  zu verwenden.

### 4.3 Stationäre Verkehrsdichteprofile

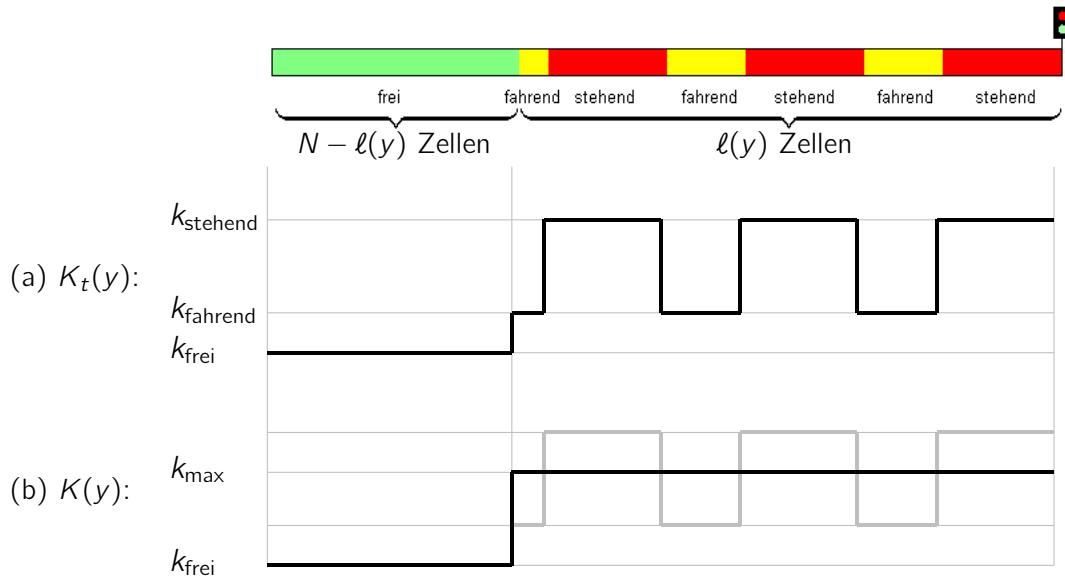
Wesentliche Aufgabe der bisherigen Abschnitte des Kapitels 4 war die mathematische Beschreibung des stationären Systemverhaltens bezüglich der Anzahl  $y$  an Fahrzeugen im betrachteten Straßenabschnitt. Als zentrales Resultat konnte dabei in Abhängigkeit von der Verkehrsnachfrage  $q$  die jeweils passende Gleichgewichtsverteilung  $\pi(q)$  für den Systemzustand am Ende der Sperrzeit berechnet werden. Unter Beachtung der Stauentwicklung innerhalb der Umläufe war dadurch mit Gleichung (4.29) letztlich die Herleitung einer sehr guten Approximationsformel für die mittlere Rückstaulänge im deterministischen Nagel-Schreckenberg Modell möglich.

Von grundlegender Bedeutung für das noch im Detail zu erklärende, neue Verfahren zur Rückstaulängenschätzung (s. Abschnitt 5.1) sind darüber hinaus nun sogenannte Verkehrsdichteprofile. Diese beschreiben ortsabhängig die durchschnittliche Belegung einer jeden Zelle  $x$  des untersuchten Straßenabschnitts und ergeben so in Abhängigkeit von der Verkehrsnachfrage  $q$  einen Verlauf der lokalen Verkehrsdichte für das gesamte Segment. Mit anderen Worten bilden die Verkehrsdichteprofile also die präzise, räumliche Verteilung der Fahrzeuge im System ab und werden auf diese Weise im weiteren Verlauf einen völlig neuartigen Ansatz zur Auswertung klassischer Floating-Car-Daten ermöglichen. Dazu reicht es jedoch nicht aus, nur die mittlere Verkehrsdichte etwa im Sinne der Gleichungen (4.16) oder (4.25) zu betrachten. Vielmehr ist zumindest der Unterschied zwischen Rückstau und freiem Verkehr bezüglich der durchschnittlichen Fahrzeuganzahl pro Zelle explizit zu berücksichtigen.

Glücklicherweise ist die Herleitung geeigneter Verkehrsdichteprofile mit Hilfe der umfangreichen Theorie der bisherigen Kapitel vergleichsweise unkompliziert. Sei dazu zunächst  $y$  als Fahrzeuganzahl im Segment fest vorgegeben. Die zeitunabhängige Rückstaulängenfunktion  $\ell$  aus Abschnitt 3.3 liefert somit eine Staulänge von  $\ell(y)$  Zellen. Basierend auf der Blockstruktur des Verkehrsflusses (s. Abschnitt 3.1.3) mit den zugehörigen, exakt bestimmten Verkehrsdichten  $k_{\text{stehend}}$ ,  $k_{\text{fahrend}}$  und  $k_{\text{frei}}$  aus (3.7) bzw. (3.8) folgt also unmittelbar das in Abbildung 4-5a graphisch dargestellte Verkehrsdichteprofil  $K_t(y)$ . Dabei ist zu beachten, dass der Rückstau an der Lichtsignalanlage je nach Zeitpunkt  $t$  der Betrachtung selbstverständlich auch mit einem unvollständigen stehenden oder fahrenden Block beginnen kann, sodass trotz gleichem  $y$  abhängig von  $t$  durchaus auch unterschiedliche Dichteprofile auftreten können.

Ferner gilt, dass sich stehende und fahrende Blöcke mit einer konstanten Geschwindigkeit von einer Zelle pro Zeitschritt stromaufwärts bewegen (s. Abschnitt 3.1.3). Folglich ist pro Umlauf mit Blick auf die Blocklängen aus (3.6) zumindest für dauerhaft im Rückstaubereich liegende Zellen während  $g$  Zeitschritten die Dichte  $k_{\text{fahrend}}$  und während  $r$  Zeitschritten die Dichte  $k_{\text{stehend}}$  zu beobachten. Im Durchschnitt ergibt sich also mit

$$k_{\max} = \frac{gk_{\text{fahrend}} + rk_{\text{stehend}}}{c} = \frac{c - s(g)}{c} \quad (4.31)$$


 Abbildung 4-5: Elementare Verkehrsdichteprofile  $K_t(y)$  und  $K(y)$ .

genau die bereits in Abschnitt 3.3 auf anderem Wege hergeleitete, mittlere Verkehrsdichte innerhalb des Ampelrückstaus. Angesichts der zeitlichen Mittelung in (4.33) über exakt einen Umlauf reicht es daher aus, anstelle der dreistufigen Profile  $K_t(y)$  vereinfachte Versionen zu betrachten<sup>16</sup>. Die entsprechenden weiterhin von  $y$ , nicht aber von  $t$  abhängigen, elementaren Dichteprofile  $K(y)$  ergeben sich dabei im Zuge einer einfachen Ersetzung der zwischen  $k_{\text{fahrend}}$  und  $k_{\text{stehend}}$  schwankenden Verkehrsdichte im Rückstaubereich durch den konstanten Wert  $k_{\text{max}}$  (s. Abb. 4-5b). Formal sei  $K(y)$  im Übrigen als Zeilenvektor definiert, dessen  $x$ -ter Eintrag jeweils der lokalen Verkehrsdichte für Zelle  $x$  entspricht, d.h.

$$K(y) := (\underbrace{k_{\text{frei}}, \dots, k_{\text{frei}}}_{N-l(y) \text{ Zellen}}, \underbrace{k_{\text{max}}, \dots, k_{\text{max}}}_{l(y) \text{ Zellen}}). \quad (4.32)$$

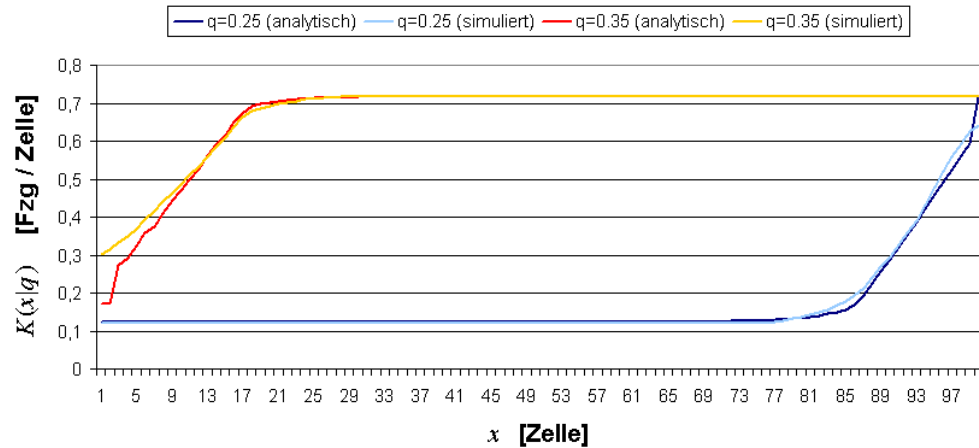
Offenbar ist nun  $y$  als Anzahl an Fahrzeugen im betrachteten Straßenabschnitt aber nicht konstant, sondern unterliegt einer zeitlichen Entwicklung (vgl. Abschnitt 4.1). Basierend auf den bisherigen Ergebnissen des Kapitels 4 ergeben sich aus (4.32) unter stationären Bedingungen allerdings sofort die entsprechenden, erwarteten, zeitlich gemittelten Verkehrsdichteprofile  $K(\cdot | q)$  zu gegebener Verkehrsnachfrage  $q$ . Seien dazu insbesondere  $\pi(q)$  die Gleichgewichtsverteilungen aus Abschnitt 4.1,  $Y_t$  die Zufallsvariablen zur Beschreibung der Fahrzeuganzahl im System während eines Ampelumlaufs gemäß (4.22) sowie  $Y_t(y_0)$  deren konkrete Realisierung bei gegebener Fahrzeuganzahl  $y_0$  am Ende der Sperrzeit entsprechend Gleichung (4.23). Dann gilt analog zu Gleichung (4.29)

$$K(\cdot | q) := \mathbb{E}_q \left[ \frac{1}{c} \sum_{t=0}^{c-1} K(Y_t) \right] = \sum_{y_0=y_{\min}}^{y_{\max}} \left[ \pi_{y_0}(q) \cdot \frac{1}{c} \sum_{t=0}^{c-1} K(Y_t(y_0)) \right] = \sum_{y_0=y_{\min}}^{y_{\max}} \sum_{t=0}^{c-1} \frac{\pi_{y_0}(q)}{c} K(Y_t(y_0)). \quad (4.33)$$

Die Notation  $K(x|q)$  bezeichnet dabei den  $x$ -ten Eintrag des Zeilenvektors  $K(\cdot | q)$ , d.h. die erwartete, stationäre Verkehrsdichte für Zelle  $x$  im zugrundeliegenden Nagel-Schreckenberg Modell gegeben  $q$ .

<sup>16</sup>Effekte, die sich dadurch ergeben, dass einzelne Zellen am Stauende nicht dauerhaft zum Rückstau gehören, werden an dieser Stelle aufgrund ihrer untergeordneten Bedeutung vernachlässigt.

Abbildung 4-6 zeigt exemplarisch einmal für Unter- ( $q = 0.25$ ) und einmal für Übersättigung ( $q = 0.35$ ) die analytischen Resultate im Vergleich zu entsprechend simulierten und geeignet geglätteten<sup>17</sup> Dichteprofilen. Wie schon bei der mittleren Rückstaulänge (vgl. Abb. 4-4) ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Simulation.



**Abbildung 4-6:** Vergleich zwischen simulierten und analytischen Verkehrsdichteprofilen. (Verwendete Basisparameter:  $N = 100$ ,  $g = 25$ ,  $r = 35$ ,  $v_{\max} = 2$ ;  $a = 0.8382510543$ .)

<sup>17</sup>Tatsächlich ergeben sich im verwendeten Nagel-Schreckenberg Modell bedingt durch den speziellen Einsetzmechanismus (vgl. Abschnitt 2.1) räumlich periodische Schwankungen bei der Verkehrsdichte, die jedoch ohne Nachteil ignoriert werden können. Nähere Details inklusive der geeigneten Glättungsvorschrift finden sich hierzu in Anhang B.9.



## 5 Rückstaulängenschätzung im Modell

Die bisherigen Kapitel des theoretischen Teils I der vorliegenden Arbeit waren in erster Linie der mathematischen Beschreibung der Verkehrsdynamik an Lichtsignalanlagen im Kontext des deterministischen Nagel-Schreckenberg Modells gewidmet. Hauptziel war dabei die analytische Herleitung von Profilen der lokalen Verkehrsdichte sowie einer Formel für die mittlere Rückstaulänge<sup>1</sup> in Abhängigkeit von der Verkehrsnachfrage  $q$ . Als zentrale Resultate können die Gleichungen (4.29) und (4.33) aus Abschnitt 4.2 bzw. 4.3 angesehen werden. Mit ihrer Hilfe kann das im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Verfahren zur Rückstaulängenschätzung an Lichtsignalanlagen in anschaulicher Weise beschrieben werden (s. Abschnitt 5.1).

Wie bereits eingangs erwähnt, basiert der neue Ansatz dabei wesentlich auf der Auswertung herkömmlicher Floating-Car-Daten. Sei im Weiteren also stets die Existenz einer Flotte von Floating Cars unterstellt, die mit Blick auf den jeweils untersuchten Straßenabschnitt einen gewissen Prozentsatz  $\rho$  aller Fahrzeuge im System umfasst. Für die einzelnen Meldefahrzeuge sei darüber hinaus in üblicher Weise angenommen, dass jedes für sich in regelmäßigem zeitlichen Abstand  $\Delta t$  seine jeweils aktuelle Position aufzeichnet und über geeignete Kommunikationswege der Auswertung zur Verfügung stellt.

### 5.1 Verfahrensbeschreibung

Kernidee des neuen Verfahrens ist die Tatsache, dass es im Zuge der Rückstaubildung an Lichtsignalanlagen typischerweise zu Anhäufungen von Fahrzeugen kommt, die sich letztlich in einer durchschnittlich höheren Verkehrsdichte im Umfeld signalisierter Knotenpunkte äußern<sup>2</sup>. Dies ist unter anderem deutlich an den in Abschnitt 4.3 hergeleiteten Verkehrsdichteprofilen erkennbar (vgl. Abb. 4-6). Aber auch im realen Kontext (s. Teil II) treten die entsprechenden Effekte in natürlicher Weise auf.

Interessant ist nun der Zusammenhang mit den Positionsmeldungen der Floating Cars. Nimmt man in plausibler Weise an, dass die Meldefahrzeuge gleichmäßig über alle Fahrzeuge im System verteilt sind, so ist zunächst klar, dass sich ebenfalls die Floating Cars in gewisser Weise an signalisierten Knotenpunkten häufen. Wegen des regelmäßigen Meldeintervalls  $\Delta t$  führt dies automatisch aber auch zu einer höheren Anzahl an Positionsmeldungen aus dem Umfeld der Lichtsignalanlagen. Dabei impliziert das Simulationsbeispiel<sup>3</sup> in Abbildung 5-1, dass sich offenbar eine unmittelbare Korrelation zwischen der räumlichen Verteilung der Datenpunkte und dem jeweiligen Verkehrsdichteprofil einstellt.

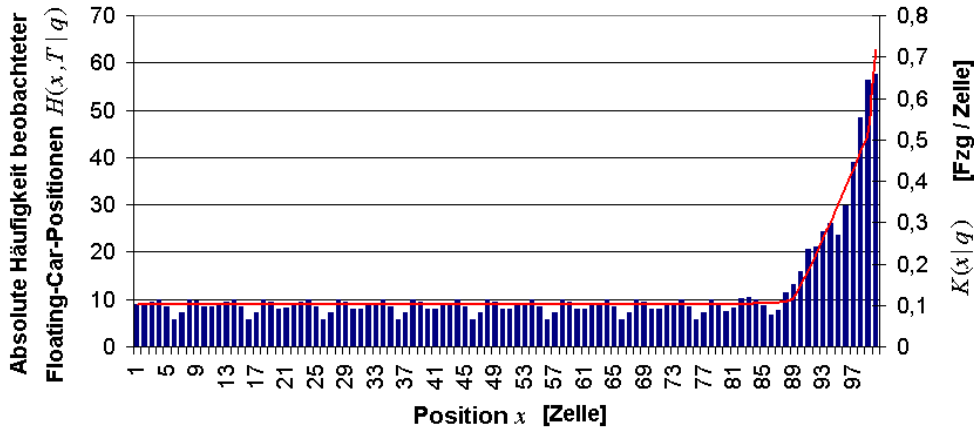
Ist nämlich  $p(x, t|q)$  jeweils die Wahrscheinlichkeit dafür, bei Verkehrsnachfrage  $q$  zum Zeitpunkt  $t$  eine Positionsmeldung für Zelle  $x$  des betrachteten Straßenabschnitts zu beobachten,

---

<sup>1</sup>Selbstverständlich lassen sich mit Blick auf die Theorie der bisherigen Kapitel auch zahlreiche andere Kenngrößen wie die erwartete, maximale Rückstaulänge oder verschiedene Standardabweichungen analytisch berechnen. Eine Übersicht der wichtigsten Formeln findet sich in Anhang B.10.

<sup>2</sup>Ähnliche Anhäufungen von Fahrzeugen treten natürlich auch an anderen Orten auf. Zukünftige Untersuchungen werden sich in diesem Zusammenhang unter anderem mit nicht-signalisierten Knotenpunkten beschäftigen. Weitere atypische Muster in der Verteilung der Fahrzeuge im Netz aufgrund baulicher oder anderer Besonderheiten werden darüber hinaus in einzelnen Punkten bereits im Teil II der vorliegenden Arbeit diskutiert. Ferner können temporäre Störungen im Verkehrsfluss (z.B. wegen eines Unfalls) Ursache für unregelmäßige Fahrzeuganhäufungen sein.

<sup>3</sup>Tatsächlich unterliegen die simulierten Positionsmeldungen genauso wie die simulierten Dichteprofile prinzipiell derselben periodischen Struktur, die sich konkret aus der speziellen Modellierung des Zuflusses ergibt (vgl. Anhang B.9). Durch eine einfache Glättung gemäß der Vorschriften aus Anhang B.9 können die entsprechenden Schwankungen ohne weitere Nachteile jedoch leicht eliminiert werden. Wenngleich dies im Fall der simulierten Floating-Car-Daten nicht einmal nötig ist, so sind die Häufigkeitswerte in Abbildung 5-1 zur Verdeutlichung der wesentlichen Strukturen aber dennoch in geglätteter Form dargestellt.



**Abbildung 5-1:** Verkehrsichtepprofile und räumliche Verteilung simulierter FCD.

Aggregationsintervall  $T = 3600$  Zeitschritte,  $q = 0.206$

(Verwendete Basisparameter:  $N = 100$ ,  $g = 25$ ,  $r = 35$ ,  $v_{\max} = 2$ ;  $a = 0.8382510543$ .)

so ergibt sich unter stationären Bedingungen – wie im Folgenden gezeigt wird – für alle  $x$  gemäß den Vorüberlegungen der letztlich von  $t$  unabhängige Wert

$$p(x, t|q) = p(x|q) := K(x|q) \cdot \rho \cdot \frac{1}{\Delta t}. \quad (5.1)$$

Hierbei ist  $K(x|q)$  wie zuvor die entsprechende (in Fahrzeugen pro Zelle gemessene) lokale Verkehrsdichte gemäß Gleichung (4.33), die im Rahmen des verwendeten, deterministischen Nagel-Schreckenberg Modells gleichzeitig der stationären Belegungswahrscheinlichkeit der Zelle  $x$  entspricht (vgl. Anhang B.9). Mit anderen Worten ist  $K(x|q)$  die stationäre, d.h. von  $t$  unabhängige Wahrscheinlichkeit, dass sich zum gewählten Zeitpunkt an der Stelle  $x$  überhaupt ein Fahrzeug aufhält. Multipliziert mit dem Abdeckungsgrad  $\rho$  ergibt sich also die Wahrscheinlichkeit, entsprechend ein Floating Car vorzufinden. Setzt man abschließend mit Blick auf das regelmäßige Meldeintervall von  $\Delta t$  Zeitschritten den Wert  $\frac{1}{\Delta t}$  als Wahrscheinlichkeit dafür an, zu einem bestimmten Zeitpunkt von einem bestimmten Floating Car eine Position zu empfangen, so ergibt sich genau die Formel aus (5.1).

Unter der Annahme stochastisch unabhängiger Meldungen folgt damit aber für die erwartete Anzahl  $H(x, T|q)$  an Datenpunkten für die Zelle  $x$  während eines Aggregationsintervalls von  $T$  Zeitschritten jeweils der Näherungsterm

$$H(x, T|q) \approx p(x|q) \cdot T = K(x|q) \cdot \frac{\rho T}{\Delta t}. \quad (5.2)$$

In der Tat verhält sich also die räumliche Verteilung der erfassten Positionsdaten proportional zum jeweils zugehörigen Verkehrsdichteprofil  $K(\cdot | q)$ . Insbesondere beschreiben die normierten Werte

$$\tilde{K}(x|q) := \frac{K(x|q)}{\sum_{\xi=1}^N K(\xi|q)} \quad (5.3)$$

bei bekannter Verkehrsnachfrage  $q$  folglich nichts anderes als die stationären Wahrscheinlichkeiten, entsprechende Floating-Car-Meldungen zu erhalten, sodass die  $\tilde{K}(\cdot | q)$  letztlich im Sinne einer Wahrscheinlichkeitsverteilung (zum gegebenen Parameter  $q$ ) interpretiert werden können<sup>4</sup>. Die Wahrscheinlichkeit einer beliebigen Beobachtung  $X := \{x_1, \dots, x_n\}$  bestehend aus  $n$  (sto-

<sup>4</sup>Genauer stellt  $\tilde{K}(\cdot | q)$  jeweils eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion dar.



chastisch unabhängigen<sup>5)</sup> Floating-Car-Positionen  $x_1, \dots, x_n$  kann bei bekannter Verkehrsnachfrage  $q$  somit leicht gemäß

$$\mathbb{P}_q(X) = \prod_{i=1}^n \tilde{K}(x_i|q) \quad (5.4)$$

berechnet werden.

Von entscheidender Bedeutung ist nun, dass unter stationären Bedingungen auf Basis einer gegebenen Beobachtung  $X$  umgekehrt aber auch die (in diesem Fall unbekannte) Verkehrsnachfrage  $q$  sowie die zugehörigen Kenngrößen der Rückstaulänge geschätzt werden können. Sei also  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  konkret aus den Messdaten des zugrundeliegenden FCD-Systems bekannt. Dann ist zunächst

$$q^* := \arg \max_{q \in [0,1]} \{w_q \cdot \mathbb{P}_q(X)\} = \arg \max_{q \in [0,1]} \left\{ w_q \cdot \prod_{i=1}^n \tilde{K}(x_i|q) \right\} \quad (5.5)$$

ein sinnvoller Schätzer für die zugehörige Verkehrsnachfrage in dem Sinne, dass  $q^*$  die Wahrscheinlichkeit der Beobachtung (gegebenenfalls gewichtet mit einer a-priori-Verteilung  $(w_q)_{q \in [0,1]}$ ) maximiert. Ein Schätzwert  $\bar{L}^*$  für die mittlere Rückstaulänge lässt sich schließlich mit Hilfe der Theorie früherer Kapitel unmittelbar auf Basis von  $q^*$  ermitteln, indem lediglich der Term aus Gleichung (4.29) mit  $q = q^*$  auszuwerten ist, d.h. es gilt

$$\bar{L}^* := \mathbb{E}_{q^*}[\bar{L}]. \quad (5.6)$$

Weitere Kenngrößen zur Rückstaulänge ergeben sich ferner analog in Anwendung der entsprechenden Formeln aus Anhang B.10.

Mathematisch gesehen handelt es sich bei dem Ansatz aus Gleichung (5.5) um eine sogenannte (verallgemeinerte) Maximum-Likelihood-Schätzung, die in anschaulicher Weise innerhalb eines entsprechenden Suchraums<sup>6)</sup> einen optimalen Verteilungsparameter, in diesem Fall  $q^*$  ermittelt. Im Vergleich zur klassischen Maximum-Likelihood-Schätzung ohne a-priori-Gewichte stellen die  $w_q$  mit  $q \in [0, 1]$  darüber hinaus zusätzlich die Möglichkeit bereit, den Suchraum für die Verkehrsnachfrage schon im Vorfeld in beliebiger Weise zu modellieren. Dies ist insbesondere dann sinnvoll, wenn einzelne Verkehrsnachfragewerte  $q$  aufgrund von Zusatzinformationen beispielsweise ausgeschlossen oder zumindest als unwahrscheinlicher als andere angenommen werden können<sup>7)</sup>.

Das Konzept der a-priori-Verteilung im Rahmen des beschriebenen Schätzverfahrens stellt also mit anderen Worten eine äußerst flexible Schnittstelle zur Integration von zusätzlichem Wissen über die jeweilige Verkehrslage und somit zur Datenfusion dar, wodurch letztlich eine signifikante Verbesserung der Ergebnisqualität erreicht werden kann (vgl. Abschnitt 5.2.3). Die verwendbaren Zusatzinformationen reichen dabei von Daten klassischer Verkehrsdetektoren oder -zählungen, über die Ergebnisse auch komplexer Modelle zur Verkehrslagebestimmung bis hin zu unscharfen

<sup>5)</sup>In Wirklichkeit werden die erfassten Positionen  $x_1, \dots, x_n$  praktisch nie völlig stochastisch unabhängig sein. Insbesondere bei kurzen Meldeintervallen  $\Delta t$  wird die Menge  $X$  häufig stark korrelierte Datenpunkte aufweisen, was darauf zurückzuführen ist, dass in diesem Fall normalerweise mehrere Positionsmeldungen desselben Floating Cars für denselben Straßenabschnitt vorliegen. Im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit zeigt sich allerdings, dass die Annahme der stochastischen Unabhängigkeit dennoch insofern gerechtfertigt ist, als dass nennenswerte, nachteilige Effekte in Bezug auf die Ergebnisqualität der Rückstaulängenschätzung nicht zu beobachten sind.

<sup>6)</sup>In diesem Fall ist dies das Intervall  $[0, 1] \subset \mathbb{R}$ .

<sup>7)</sup>Im Extremfall, dass die Verkehrsnachfrage (gegebenenfalls auch mittels einer Rückrechnung aus anderen Kenngrößen wie der Rückstaulänge) bereits exakt bekannt ist, wäre durch die Setzung  $w_q := 0$  für alle  $q \neq q_{\text{real}}$  und  $w_{q_{\text{real}}} > 0$  formal sogar die Beschränkung des Suchraums auf einen einzelnen Punkt, in diesem Fall die korrekte Verkehrsnachfrage  $q_{\text{real}}$  möglich, sodass sich zwangsläufig  $q^* = q_{\text{real}}$  als Schätzwert ergäbe.

Informationen und Experteneinschätzungen. Einzige Bedingung ist, dass sich das zusätzliche Wissen in analytischer oder heuristischer Form mit der Verkehrsnachfrage  $q$  in Verbindung bringen lässt. Dies wird aufgrund der zentralen Bedeutung des Parameters  $q$  für den Verkehrsablauf jedoch in nahezu allen Fällen möglich sein und stellt somit keine nennenswerte Einschränkung dar.

## 5.2 Simulationsergebnisse bei konstanter Zuflussrate

Mit Blick auf die Anwendung des soeben beschriebenen Verfahrens zur Rückstaulängenschätzung unter Realbedingungen (s. Teil II) ist es sinnvoll, zunächst einmal dessen theoretisches Potential detailliert abzuschätzen. Im Rahmen einer systematischen Evaluation auf Basis von Simulationsdaten können dabei sehr genau Fehlerquellen und Lösungsansätze identifiziert sowie andere Effekte analysiert werden. Insbesondere erlaubt die Simulation den wichtigen Vergleich der geschätzten Rückstaulängen mit den „wahren“ Werten, was unter Realbedingungen aufgrund fehlender oder unzureichender Daten im Regelfall nicht oder nur sehr eingeschränkt möglich ist. In einem ersten Schritt kann dazu die Situation einer zeitlich konstanten Verkehrsnachfrage  $q$  betrachtet werden. Zu diesem Zweck wurde das zugrundeliegende, deterministische Nagel-Schreckenberg Modell entsprechend den bisherigen Rahmenbedingungen zur Simulation des Verkehrsflusses und zur Generierung virtueller Floating-Car-Daten für einen isolierten Straßenabschnitt mit lichtsignalgesteuertem Abfluss eingesetzt. Die verwendeten, zu den Beispielen aus Kapitel 4 analogen Basisparameter sind in Tabelle 5-1 aufgelistet.

Länge des Straßenabschnitts	$N = 100$ Zellen	$\sim 750$ m
Freigabezeit	$g = 25$ Zeitschritte	$\sim 25$ sec
Sperrzeit	$r = 35$ Zeitschritte	$\sim 35$ sec
Maximalgeschwindigkeit	$v_{\max} = 2$ Zellen/Zeitschritt	$\sim 54$ km/h

**Tabelle 5-1:** Verwendete Basisparameter (konstante Verkehrsnachfrage).

Variable Parameter waren die innerhalb jedes Simulationslaufes konstante Verkehrsnachfrage  $q$  mit 300 über das gesamte Spektrum von Unter- und Übersättigung verteilten Werten, der Abdeckungsgrad  $\rho$ , d.h. der Prozentsatz an Floating Cars, sowie das Meldeintervall  $\Delta t$ . Darüber hinaus wurde der Einfluss unterschiedlicher Aggregationsgrade untersucht, indem virtuelle Floating-Car-Daten über 1 bis 30 bezüglich der Parameter identische Simulationsläufe hinweg zusammengefasst und erst anschließend ausgewertet wurden.

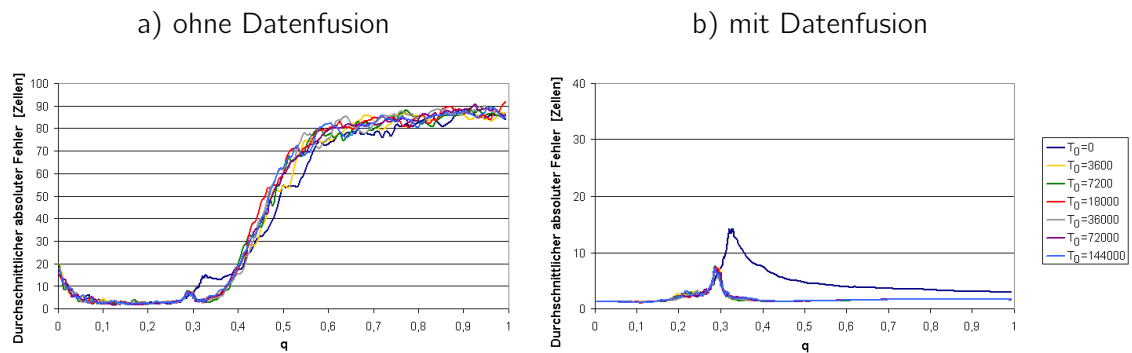
Sinn dieser letztlich zeitlichen Ausdehnung des Messintervalls ist es, dass dadurch auch bei geringer FCD-Abdeckung eine ausreichende Anzahl an Datenpunkten für die Rückstaulängenschätzung zur Verfügung steht. Dabei entpricht ein solches Vorgehen bezogen auf die Realität der Mitnutzung sogenannter historischer Daten, d.h. Daten vorangegangener Tage oder Wochen, die unter vergleichbaren Verkehrsbedingungen gemessen wurden. Aufgrund typischerweise periodisch wiederkehrender Verkehrsmuster etwa im Sinne meist ähnlich verlaufender Hauptverkehrszeiten ist es in diesem Kontext überhaupt bei vielen FCD-Systemen ein gängiger Ansatz, zur etwa gleichen Uhrzeit beobachtete Daten „ähnlicher“ Wochentage zusammenzufassen und daraus typische Tagesganglinien für die unterschiedlichen Verkehrslagekenngrößen abzuleiten (vgl. z.B. [BLM<sup>+</sup>07, SLM<sup>+</sup>09]).

Zurück zur Simulation wurde nun für jede Parameterkonstellation eine Initialisierung mit freiem Verkehr im gesamten betrachteten Straßensegment vorgenommen. Folglich ist zu beachten, dass gegebenenfalls eine gewisse Vorlaufzeit  $T_0$  erforderlich ist, bis der simulierte Verkehr annähernd einen stationären Zustand erreicht hat. Genauer untersucht wurden insgesamt 7 verschiedene

Werte für  $T_0$  zwischen 0 und 144000 Zeitschritten ( $\sim 0$  bis 40 h) bezüglich ihres Einflusses auf die Schätzqualität des vorgestellten Verfahrens. Die zentralen Ergebnisse sind Inhalt des folgenden Unterabschnitts 5.2.1.

### 5.2.1 Einfluss der Simulationsvorlaufzeit

Wie bereits erwähnt, dauert es gemäß der gewählten Art, wie die Simulation initialisiert wurde, eine gewisse Zeit  $T_0$ , bis sich ein stationärer Rückstau vollständig aufgebaut hat. Dabei hängt  $T_0$  in natürlicher Weise zunächst einmal von der erwarteten Rückstaulänge ab, die bei ansonsten festen Basisparametern prinzipiell von der Verkehrsnachfrage  $q$  bestimmt wird (vgl. Abb. 4-4). Es besteht aber noch ein weiterer Zusammenhang zwischen  $T_0$  und  $q$ , da  $q$  zusätzlich zur Länge des Rückstaus letztlich auch die Geschwindigkeit beeinflusst, mit der dieser aufgebaut wird. Je größer nämlich die Verkehrsnachfrage bzw. der Zufluss, desto schneller wächst auch der Rückstau. Die Kurven des durchschnittlichen, absoluten Schätzfehlers für verschiedene Simulationsvorlaufzeiten  $T_0$  in Abbildung 5-2 einmal mit und einmal ohne Datenfusion<sup>8</sup> spiegeln unter anderem diesen Effekt wider.



**Abbildung 5-2:** Schätzfehler in Abhängigkeit von der Simulationsvorlaufzeit.  
(Aggregationsintervall  $T = 54000$  Zeitschritte,  $a = 0.8382510543$ )

Man erkennt ansonsten, dass Vorlaufzeiten  $T_0$  ab 3600 Zeitschritten offenbar hinreichend sind für stabile Schätzergebnisse, wenngleich sich auch zeigt, dass gerade im Fall ohne Datenfusion bei Übersättigung ( $q > 0.29$ ) extrem große Fehler auftreten (s. Abb. 5-2a), die jedoch zu späterem Zeitpunkt (s. Abschnitt 5.2.3) näher besprochen werden sollen. Stattdessen kann festgehalten werden, dass es für die weiteren Untersuchungen zunächst einmal offensichtlich ausreicht, lediglich Simulationsvorlaufzeiten zwischen 3600 und 7200 Zeitschritten zu berücksichtigen.

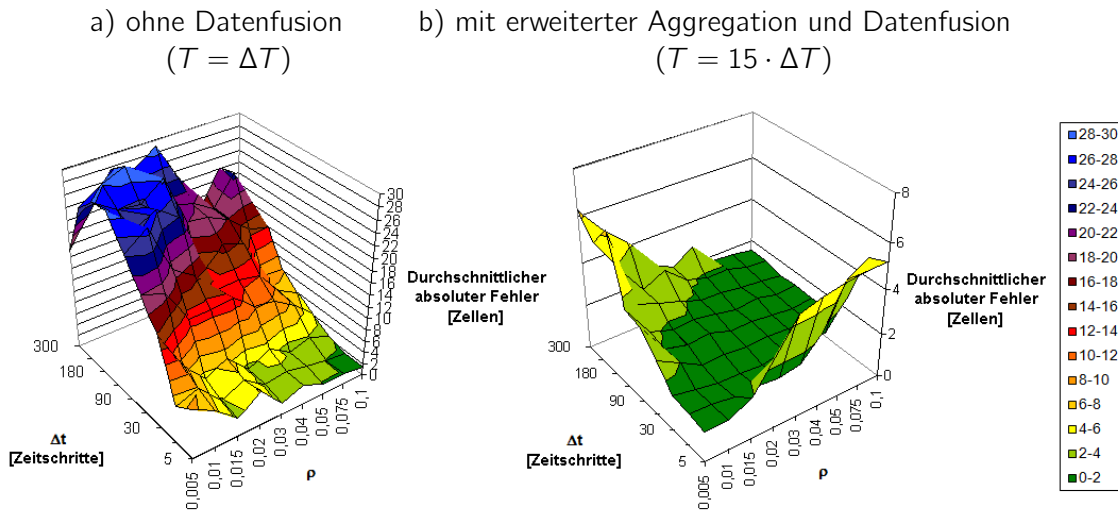
Nichtsdestotrotz werden darüber hinaus dieselben stabilen Resultate zumindest im Fall hinreichender Untersättigung ( $q < 0.28$ ) auch bereits bei einer Vorlaufzeit von 0 Zeitschritten erreicht. Grund hierfür ist, dass in dieser Situation der stationäre Rückstau sehr kurz ist und dadurch nach Start der Simulation nahezu sofort vollständig aufgebaut ist. Die größten Abweichungen zwischen  $T_0 = 0$  Zeitschritten und den anderen betrachteten Vorlaufzeiten ( $T_0 \geq 3600$  Zeitschritte) sind hingegen im Umfeld der kritischen Verkehrsnachfrage  $q_{\text{krit}} \approx 0.289$  bei leichter Übersättigung zu beobachten. Erklärt wird dies dadurch, dass in diesem Fall bereits sehr lange, stationäre Rückstaus auftreten, die sich aufgrund des nur leicht überkritischen Zuflusses jedoch nur sehr langsam aufbauen. Vergrößert man die Verkehrsfrage  $q$  allerdings weiter, so gehen die Abweichungen letztlich wieder zurück (s. Abb. 5-2b), was daran liegt, dass – wie schon oben erwähnt

<sup>8</sup>Im Fall von Datenfusion wird an dieser Stelle unterstellt, dass die tatsächliche Verkehrsnachfrage  $q_{\text{real}}$  zumindest ungefähr bekannt ist. Durch eine entsprechende Definition der a-priori-Gewichte ( $w_q := 1$ , falls  $q \in [q_{\text{real}} - 0.1 ; q_{\text{real}} + 0.1]$ , und  $w_q := 0$  sonst) in Gleichung (5.5) werden dementsprechend alle nicht in Frage kommenden Werte für  $q$  im Voraus ausgeschlossen. Eine detaillierte Diskussion des Einflusses der Datenfusion folgt in Abschnitt 5.2.3.

– mit größer werdendem  $q$  auch die Geschwindigkeit des Stauwachstums zunimmt, sodass ein stationärer Zustand mit entsprechend besseren Schätzergebnissen trotz teilweise noch längerer Rückstaus schneller erreicht wird.

### 5.2.2 Einfluss von Abdeckungsgrad und Meldeintervall

Zentrale Parameter nahezu eines jeden FCD-Systems sind der Abdeckungsgrad  $\rho$ , d.h. der Prozentsatz an Floating Cars im Verkehr, und das Meldeintervall  $\Delta t$  zwischen jeweils zwei aufeinanderfolgenden Meldungen desselben Fahrzeugs (vgl. [SLG09]). Insofern ist es nicht überraschend, dass auch die Qualität der Rückstaulängenschätzung gemäß dem in Abschnitt 5.1 beschriebenen Verfahren wesentlich von diesen beiden Parametern beeinflusst wird. Dabei gilt im Normalfall, dass eine höhere Abdeckung und/oder ein kürzeres Meldeintervall aufgrund der dadurch größeren Anzahl an verfügbaren Datenpunkten in natürlicher Weise zu einer Verringerung des Fehlers bei der Schätzung der (mittleren) Rückstaulänge führt (vgl. Abb. 5-3a). Bemerkenswert ist ferner, dass zumindest im Fall der Untersättigung ( $q \leq q_{\text{krit}}$ ) auch ohne Datenfusion bereits mit Abdeckungsgraden  $\rho$  unter 10% bei hinreichend kurzen Meldeintervallen  $\Delta t$  und einem vergleichsweise kurzen Messintervall von  $T = 3600$  Zeitschritten durchschnittliche, absolute Fehler unter 2 Zellen ( $\sim 2$  Fahrzeuglängen) erzielt werden können (s. Abb. 5-3a).



**Abbildung 5-3:** Schätzfehler in Abhängigkeit von Abdeckung und Meldeintervall.  
( $0 \leq q \leq q_{\text{krit}}$ , Basisaggregationsintervall  $\Delta T = 3600$  Zeitschritte,  $a = 0.8382510543$ )

In praktischen Anwendungen sind die Abdeckungsgrade existierender FCD-Systeme gegenwärtig jedoch selten größer als 1 bis 2%. Darüber hinaus sind Meldeintervalle von bis zu 60 Sekunden ( $\sim 60$  Zeitschritte) und mehr zumindest bei nicht-kommerziellen FCD-Flotten nicht ungewöhnlich. Durch Nutzung historischer Daten im Sinne unterschiedlicher Aggregationsgrade (vgl. Einleitung zum Abschnitt 5.2) und durch Datenfusion<sup>9</sup> lassen sich aber ebenso in diesen Fällen ähnlich gute Schätzergebnisse erzielen (vgl. Abb. 5-3b).

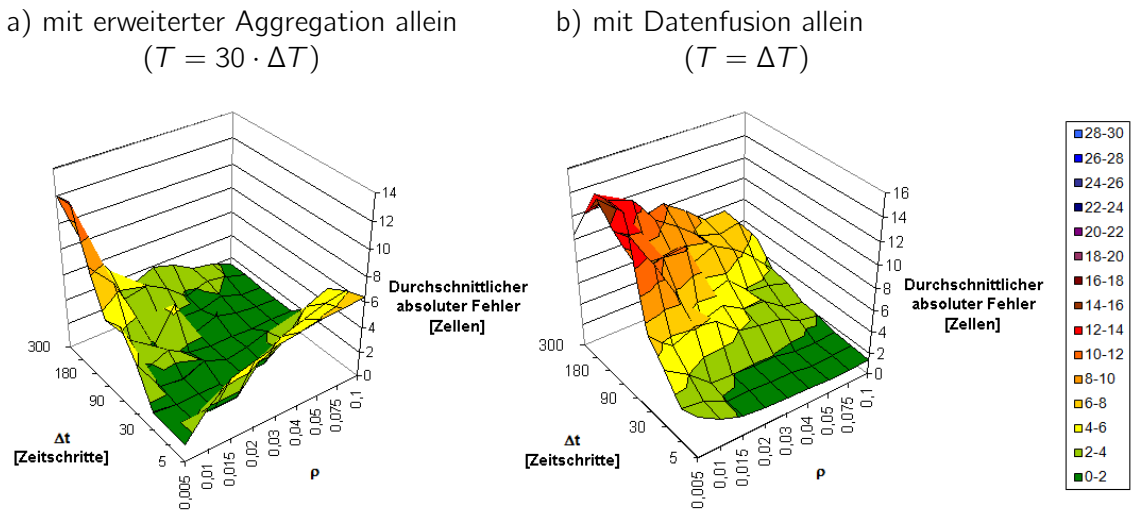
Abbildung 5-3b zeigt jedoch auch, dass der Schätzfehler gerade bei hohen Abdeckungen  $\rho$  bzw. kurzen Meldeintervallen  $\Delta t$  aufgrund eines zu hohen Aggregationsgrades auf merkwürdige Weise wieder zunimmt<sup>10</sup>, obwohl infolge der größeren Anzahl an Datenpunkten prinzipiell eine Verbesserung der Schätzqualität zu erwarten wäre. Für eine ausführliche Diskussion dieses Effekts mit

<sup>9</sup>Für die verwendeten a-priori Gewichte im Sinne der Formel (5.5) gelten in den angeführten Beispielen dieselben Setzungen wie in Abschnitt 5.2.1.

<sup>10</sup>Ein Blick auf Abbildung 5-4 zeigt in diesem Zusammenhang eindeutig, dass Datenfusion als Ursache für diesen Effekt ausgeschlossen werden kann.

einer entsprechenden Erklärung sei an dieser Stelle allerdings aus Gründen der Übersichtlichkeit auf den zugehörigen Abschnitt 5.2.4 verwiesen.

Stattdessen soll gezeigt werden, inwieweit ein höherer Aggregationsgrad oder Datenfusion auch allein in der Lage sind, gegenüber dem Beispiel aus Abbildung 5-3a eine Verbesserung der Ergebnisse zu erzielen. Dabei ist erkennbar, dass mittels hinreichender Aggregation auch ohne Datenfusion durchschnittliche, absolute Fehler unter 2 Zellen bei realistischen Abdeckungsgraden um 1% und Meldeintervallen zwischen 30 und 60 Zeitschritten erreicht werden können (s. Abb. 5-4a). Aber auch ohne den Einsatz historischer Daten, d.h. bei Beschränkung der Datenbasis auf ein Basisaggregationsintervall  $\Delta T$  von 3600 Zeitschritten sind allein mit Hilfe von Datenfusion ähnlich gute Ergebnisse möglich. Trotz der in diesem Fall deutlich geringeren Anzahl an verfügbaren FCD-Meldungen treten unter der Annahme hinreichend kurzer Meldeintervalle durchschnittliche, absolute Fehler unter 2 Zellen bereits bei Abdeckungsgraden ab 1.5% auf (s. Abb. 5-4b).



**Abbildung 5-4:** Schätzfehler in Abhängigkeit von Abdeckung und Meldeintervall.  
( $0 \leq q \leq q_{\text{krit}}$ , Basisaggregationsintervall  $\Delta T = 3600$  Zeitschritte,  $a = 0.8382510543$ )

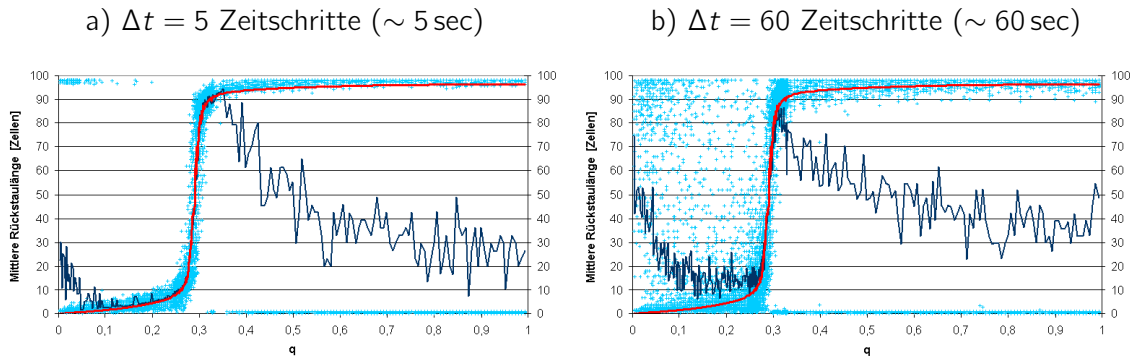
Im Übrigen zeigen sowohl die Abbildung 5-3 als auch Abbildung 5-4, dass bei der Rückstaulängenschätzung unter ansonsten identischen Bedingungen über weite Bereiche des Parameter-raums ( $\rho, \Delta t$ ) hinweg dieselbe, hohe Qualität erzielt wird. Dies ist vor allem deshalb wichtig, weil dementsprechend kleinere Schwankungen beim Abdeckungsgrad  $\rho$  oder dem Meldeintervall  $\Delta t$ , wie sie in der Realität räumlich wie zeitlich zwangsläufig auftreten, keinen unmittelbaren Einfluss auf die Genauigkeit der Ergebnisse haben.

Dieselbe Robustheit zeigt sich schließlich auch daran, dass letztlich aufgrund derselben Argumente problemlos auch Positionsmeldungen unterschiedlicher FCD-Systeme gemeinsam genutzt werden können, d.h. selbst wenn sich Abdeckungsgrade und/oder Meldeintervalle unterscheiden. Einzelne, fehlerhafte Datenpunkte beeinträchtigen darüber hinaus die Gesamtqualität nur geringfügig, sofern die entsprechende Stichprobe an FCD-Meldungen groß genug ist.

### 5.2.3 Einfluss von Datenfusion

Um im Weiteren Schwachstellen oder Fehlerquellen des in Abschnitt 5.1 beschriebenen Rückstaulängenschätzers zu identifizieren, aber auch um entsprechende Lösungsansätze zu erarbeiten, ist es grundsätzlich sinnvoll, über die Betrachtung von mittleren Fehlern (vgl. Abschnitte 5.2.1 und 5.2.2) hinaus zusätzlich die Verteilung der Schätzwerte selbst zu untersuchen und mit der jeweils „wahren“ Rückstaulänge aus der Simulation zu vergleichen. Da die Einbeziehung von

Datenfusionsaspekten dabei wesentliche Effekte elimiert oder zumindest dämpft, sei in diesem Zusammenhang zunächst der Fall ohne Datenfusion analysiert (s. Abb. 5-5). Die zugehörigen a-priori-Gewichte  $w_q$  im Sinne von Formel (5.5) sind entsprechend gegeben durch  $w_q := 1$  für alle  $q$ .



**Abbildung 5-5:** Verteilung geschätzter Rückstaulängen (+) ohne Datenfusion.

Blaue Linie = Arithmetisches Mittel der geschätzten Werte

Rote Linie = Simulierte, mittlere Rückstaulänge

( $\rho = 2\%$ ,  $T = 3600$  Zeitschritte,  $a = 0.8382510543$ )

Insgesamt lassen sich im Folgenden dann mindestens 3 verschiedene Fehlerquellen ermitteln. Zuerst bemerkt man insbesondere im Fall deutlich unter- bzw. überkritischer Verkehrsnachfragen (d.h.  $q \ll q_{\text{krit}}$  bzw.  $q \gg q_{\text{krit}}$ ) eine starke Tendenz hin zu einer bimodalen Verteilung der geschätzten Rückstaulängen (vgl. Abb. 5-5a). Das neue Verfahren scheint hier nicht in der Lage, korrekt zwischen sehr kurzen und sehr langen Rückstaus zu unterscheiden.

Grund dafür ist die Tatsache, dass die Verkehrsdichte im betrachteten Straßenabschnitt in beiden Fällen über weite Strecken jeweils konstant ist. Entweder entspricht sie nahezu überall der durchschnittlichen Staudichte  $k_{\text{max}}$  aus Gleichung (4.31) oder sie ist identisch mit der Verkehrsdichte  $k_{\text{frei}}$  im freien Verkehr (s. (3.8)). Folglich wird die Entscheidung zugunsten eines kurzen oder langen Rückstaus gemäß dem Algorithmus aus Abschnitt 5.1 im Wesentlichen von einer eher geringen Anzahl an Datenpunkten nahe den beiden Systemrändern bestimmt, da sich die zugehörigen Dichteprofile qualitativ nur hier unterscheiden. Treten also aufgrund stochastischer Effekte nur wenige dieser Datenpunkte an „falscher“ Stelle auf, passiert es, dass das neue Verfahren unter Umständen ein entsprechend falsches Ergebnis liefert. Hinzu kommt, dass auch die der Schätzung zugrundeliegenden, stationären Verkehrsdichteprofile aus Gleichung (4.33) nur Näherungen sind. Insbesondere am linken Systemrand sind dabei aufgrund von Rundungseffekten<sup>11</sup> gelegentlich Abweichungen zwischen analytischem Verkehrsdichteprofil und Simulation erkennbar (vgl. Abb. 4-6 in Abschnitt 4.3).

Insgesamt verwundert es letztlich also nicht, wenn der durchschnittliche Schätzfehler für  $q \ll q_{\text{krit}}$  bzw.  $q \gg q_{\text{krit}}$  im betrachteten Szenario signifikant zunimmt. Im Rückblick auf Abschnitt 5.2.1 lassen sich ferner unter anderem auch die zunächst überraschend großen Schätzfehler bei starker Übersättigung in Abbildung 5-2a erklären.

Vergrößert man nun das Meldeintervall  $\Delta t$  und verringert auf diese Weise die Anzahl an verfügbaren Datenpunkten (s. Abb. 5-5b), so kann zusätzlich zu den bisherigen Beobachtungen eine zweite Fehlerquelle identifiziert werden. Offenbar ist der neue Rückstaulängenschätzer in diesem Fall zumindest bei Untersättigung nur noch sehr eingeschränkt sinnvoll einsetzbar, was sich letztlich in einem starken Rauschen der Schätzwerte äußert. Für akzeptable Resultate reicht

<sup>11</sup>Eine genauere Betrachtung zeigt, dass vor allem die Approximationen im Zuge der zeitunabhängigen Rückstaulängenfunktion  $\ell$  aus Abschnitt 3.3 für die auftretenden Abweichungen verantwortlich sind.

die Datenabdeckung schlicht nicht aus<sup>12</sup>.

Nichtsdestotrotz scheint es merkwürdig, dass der Effekt verrauschter Schätzwerte unmittelbar aufhört, sobald die Verkehrsnachfrage  $q$  den Bereich der Übersättigung oberhalb des kritischen Wertes  $q_{\text{krit}} \approx 0.289$  erreicht. Die Erklärung hierfür ist allerdings sehr einfach. Es ist lediglich zu beachten, dass sich sämtliche Fahrzeuge bei Übersättigung aufgrund der wesentlich längeren Rückstaus selbstverständlich für einen deutlich größeren Zeitraum als im Fall  $q < q_{\text{krit}}$  im beobachteten Straßenabschnitt aufhalten. Da dies insbesondere für die Floating Cars gilt, folgt also, dass sich die Anzahl an Meldefahrzeugen bei ansonsten konstant gehaltenen Parametern zwar nicht erhöht, die Anzahl an Datenpunkten wegen des festen Meldeintervalls  $\Delta t$  unter Umständen jedoch trotzdem um ein Vielfaches wächst. Das Ergebnis ist somit bereits aus statistischen Gründen ein deutlich schwächeres Rauschen im Bereich der Übersättigung, wenngleich eine weitere Vergrößerung des Meldeintervalls ( $\Delta t > 180$  Zeitschritte) in natürlicher Weise auch hier zu stärker streuenden Schätzwerten führt.

Eine dritte Fehlerquelle ist schließlich insbesondere im Bereich der kritischen Verkehrsnachfrage erkennbar, wenngleich sie weniger offensichtlich ist als die beiden vorherigen. Abbildung 5-5 suggeriert zwar vergleichsweise gute Schätzergebnisse, jedoch ist beispielsweise in Abbildung 5-2 (s. Abschnitt 5.2.1) nichtsdestotrotz eine kleine Zunahme des Fehlers im Fall  $q \approx q_{\text{krit}}$  festzustellen. Die Erklärung hierfür hängt unter anderem mit der Stochastik der Verkehrsdynamik zusammen, wie sie insbesondere in Kapitel 4 ausführlich analysiert wurde. Es wurde gezeigt, dass Rückstaulängen bzw. die Anzahl an gestauten Fahrzeugen im Gegensatz zu Verkehrsnachfragen  $q \ll q_{\text{krit}}$  bzw.  $q \gg q_{\text{krit}}$  gerade im Bereich des Übergangs zwischen Unter- und Übersättigung eine breite Verteilung aufweisen (vgl. Abbildung 4-2). Der entsprechend starke Anstieg der zugehörigen Standardabweichung an der Stelle  $q_{\text{krit}}$  (vgl. Abbildung 4-3) belegt dies eindrücklich.

Als Konsequenz ergibt sich für  $q \approx q_{\text{krit}}$  also ein breites Spektrum an Verkehrslagen, die während der vergleichsweise kurzen Messintervalle  $T$  in natürlicher Weise jedoch nicht allesamt auftreten können. Folglich sind die stationären Verkehrsdichteprofile aus Gleichung (4.33), die ihrerseits nach Konstruktion gewichtete Mittelwerte *aller* Verkehrszustände darstellen, lediglich mehr oder wenige gute Näherungen für die jeweils beobachtete, instationäre Verkehrssituation<sup>13</sup>. Zudem haben zusätzliche Betrachtungen gezeigt, dass die Approximationsgenauigkeit der Dichteprofile aus (4.33) aufgrund der hohen Variabilität der Verkehrszustände im Fall  $q \approx q_{\text{krit}}$  gerade hier am geringsten ist (vgl. [Neu10b]). Nun unterstellt der Rückstaulängenschätzer aus Abschnitt 5.1 in seiner aktuellen Form aber stets Stationarität, sodass es letztlich nicht überraschend ist, wenn die erzielten Resultate insbesondere im Bereich der kritischen Verkehrsnachfrage mit einem hohen Grad an Instationarität an Qualität einbüßen.

Offensichtlich liegt dieser dritte Fehlertyp also im Schätzverfahren selbst begründet und kann folglich realistischerweise nur durch Verbesserungen der grundsätzlichen Methode bzw. der zugrundeliegenden Modelle eliminiert werden. Aber auch ohne die Berücksichtigung instationärer Verkehrslagen bleiben die entsprechenden Schätzfehler in einem vertretbaren Rahmen. Abbildung 5-2 impliziert in diesem Zusammenhang für das untersuchte Beispiel bei hinreichender Vorlaufzeit einen durchschnittlichen, maximalen Fehler von etwa 7.5 Zellen im Umfeld der kritischen Verkehrsnachfrage, was angesichts der Gesamtlänge des Rückstaus in diesem Fall (vgl. Abb. 4-4) zumindest für eine grobe Klassifizierung des Verkehrszustandes ausreichend sein dürfte.

Die Auswirkungen der anderen beiden Fehlerquellen lassen sich darüber hinaus mit Hilfe einer Datenfusion im Sinne einer passenden a-priori-Gewichtung im Schätzalgorithmus (5.5) in

<sup>12</sup>Mit den verwendeten Basisparametern ergeben sich an dieser Stelle beispielsweise bei einer Verkehrsnachfrage  $q$  von 0.2 Fahrzeugen pro Zeitschritt durchschnittlich gerade einmal ca. 15 Positionsmeldungen pro 3600 Zeitschritten ( $\sim 1$  h) für ein Straßensegment mit einer Länge von 100 Zellen ( $\sim 750$  m).

<sup>13</sup>Ein Versuch, auch diesen Effekt instationärer Verkehrslagen angemessen zu erfassen, wird im Abschnitt 5.3 näher beschrieben.



anschaulicher Weise reduzieren bzw. teilweise sogar vollständig eliminieren. Mit Blick auf das Problem der Bimodalität scheint es beispielsweise sinnvoll, im Vorfeld der Rückstaulängenschätzung nach Unter- und Übersättigung zu unterscheiden, wobei die entsprechend erforderlichen Informationen auf Basis geeigneter Datenquellen (z.B. Detektoren oder Algorithmen) mit einer gewissen Toleranz  $\varepsilon \geq 0$  als bekannt vorausgesetzt seien. Die zugehörigen a-priori-Gewichte  $w_q$  für  $q \in [0, 1]$  gemäß Formel (5.5) lauten mit der jeweils tatsächlichen Verkehrsnachfrage  $q_{\text{real}}$  in diesem Fall (Typ 1)

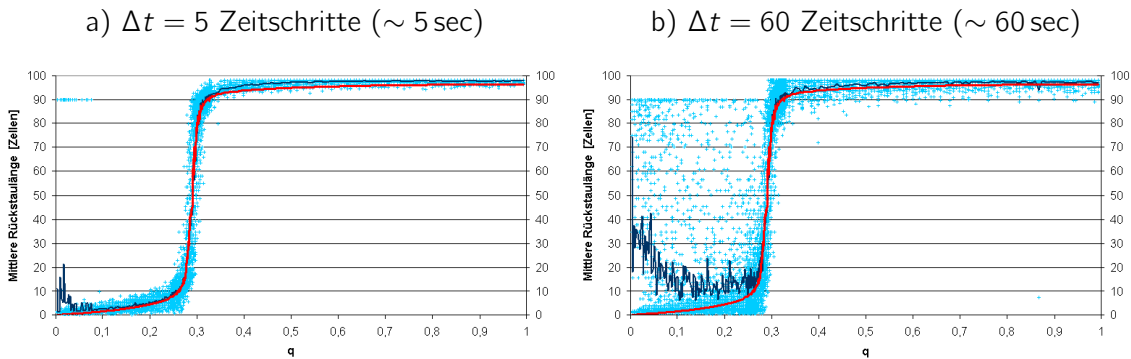
$$w_q := \begin{cases} 1 & \text{falls } q \leq (1 + \varepsilon) \cdot q_{\text{krit}}, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (5.7)$$

bei Untersättigung ( $q_{\text{real}} \leq q_{\text{krit}}$ ) und

$$w_q := \begin{cases} 0 & \text{falls } q < (1 - \varepsilon) \cdot q_{\text{krit}}, \\ 1 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (5.8)$$

bei Übersättigung ( $q_{\text{real}} > q_{\text{krit}}$ ).

Konkret werden dadurch also, falls aufgrund der Zusatzinformationen von Untersättigung auszugehen ist, alle überkritischen Verkehrsnachfragewerte  $q$  oberhalb der Toleranzgrenze  $(1 + \varepsilon) \cdot q_{\text{krit}}$  von Anfang an ausgeschlossen, sodass extrem lange Rückstaus als mögliche Schätzergebnisse wegfallen. Ganz analog sind die a-priori-Gewichte für Übersättigung aus (5.8) zu interpretieren. Abbildung 5-6 zeigt dann die Resultate für den Fall der Auswertung mit Datenfusion im beschriebenen Sinne für dieselben virtuellen Floating-Car-Daten wie zuvor (vgl. Abb. 5-5). Es ist offensichtlich, dass die Schätzqualität deutlich zunimmt, was wie erwartet darauf zurückzuführen ist, dass in der Tat eine Verwechslung sehr langer und sehr kurzer Rückstaus weitgehend ausgeschlossen ist. Mit wenigen Ausnahmen treten derartige Effekte lediglich bei sehr niedrigen Verkehrsnachfragen noch hin und wieder auf (vgl. Abb. 5-6a). Erkennbar ist aber, dass sich der maximale Fehler auch in diesen Fällen durch die Datenfusion verringert. Bei Untersättigung etwa reduziert sich die maximale Abweichung im konkreten Beispiel von ursprünglich fast 100 Zellen auf ungefähr 90 Zellen. Eine weitere Reduktion wäre darüber hinaus durch ein kleineres  $\varepsilon$  realisierbar.



**Abbildung 5-6:** Verteilung geschätzter Rückstaulängen (+) mit Datenfusion (Typ 1).

Blaue Linie = Arithmetisches Mittel der geschätzten Werte

Rote Linie = Simulierte, mittlere Rückstaulänge

( $\rho = 2\%$ ,  $T = 3600$  Zeitschritte,  $a = 0.8382510543$ ,  $\varepsilon = 0.15$ )

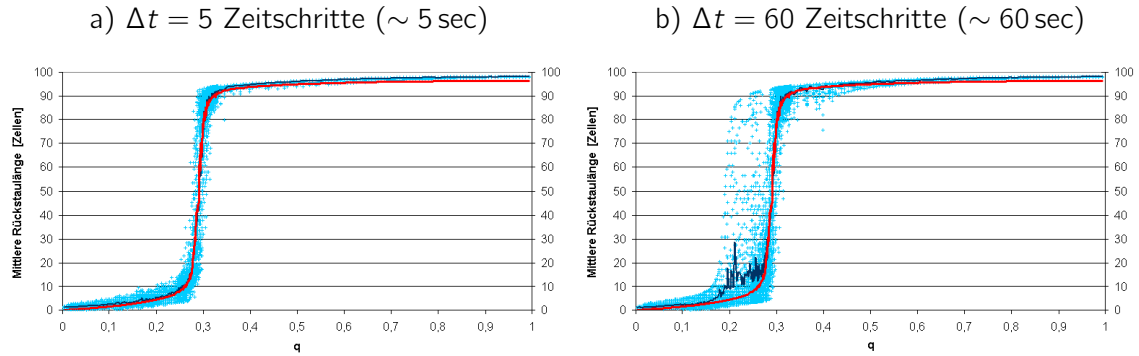
Nichtsdestotrotz bleibt (im Fall von Untersättigung) der Effekt verrauschter Schätzwerte bei einer zu geringen Datenabdeckung, an der auch die beschriebenen a-priori-Gewichte  $w_q$  ohne Weiteres nichts ändern können (vgl. Abb. 5-6b). Durch eine etwas restriktivere, aber weiterhin realistische Setzung der  $w_q$  kann das Rauschen jedoch auf einen kleineren Bereich beschränkt



werden. Sei dazu mit einem weiteren Toleranzwert  $q_{\text{tol}} \geq 0$  für alle  $q$

$$w_q := \begin{cases} 1 & \text{falls } q \in [q_{\text{real}} - q_{\text{tol}}; q_{\text{real}} + q_{\text{tol}}], \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (5.9)$$

Dies korrespondiert mit der Überlegung, dass aufgrund von Zusatzinformationen anders als zuvor nicht nur zwischen Unter- und Übersättigung unterschieden werden kann, sondern dass die tatsächliche Verkehrsnachfrage  $q_{\text{real}}$  sogar näherungsweise bekannt ist<sup>14</sup>. Der im weiteren Verlauf exemplarisch verwendete Toleranzwert  $q_{\text{tol}} = 0.1$  entspricht dabei einer Genauigkeit von etwa  $\pm 360$  Fahrzeugen pro Stunde.



**Abbildung 5-7:** Verteilung geschätzter Rückstaulängen (+) mit Datenfusion (Typ 2).

Blaue Linie = Arithmetisches Mittel der geschätzten Werte

Rote Linie = Simulierte, mittlere Rückstaulänge

( $\rho = 2\%$ ,  $T = 3600$  Zeitschritte,  $a = 0.8382510543$ ,  $q_{\text{tol}} = 0.1$ )

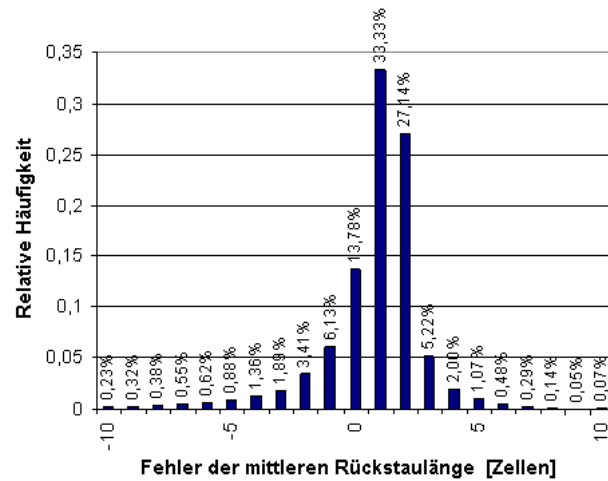
Abbildung 5-7 zeigt dann, dass sich die Ergebnisse im Vergleich zu einer Datenfusion des ersten Typs (vgl. Abb. 5-6) noch einmal deutlich verbessern. In plausibler Weise liegen hierbei alle Schätzwerte automatisch in einem Band mit horizontaler Breite  $2q_{\text{tol}}$  um die „wahre“ Rückstaulänge (vgl. Abb. 5-7b). Zuvor außerhalb auftretende Schätzwerte werden durch die Datenfusion also in einfacher Weise zumindest teilweise korrigiert, sodass sich insgesamt ein vergleichsweise hohes Mindestmaß für die Schätzqualität ergibt. Hierzu trägt im Übrigen bei, dass durch die restriktivere Setzung der a-priori-Gewichte in (5.9) auch die letzten Effekte einer bimodalen Verteilung der geschätzten Rückstaulängen wegfallen (vgl. Abb. 5-7a).

Über die grafische Darstellung hinaus lässt sich die Schätzgenauigkeit ferner auch numerisch erfassen. Der direkte Vergleich zwischen geschätzten und „wahren“, d.h. simulierten Rückstaulängen ergibt dabei für das Beispiel aus Abbildung 5-7 beispielsweise einen sehr hohen Korrelationskoeffizienten  $R = 0.9776$  im Fall b) und sogar  $R = 0.9985$  bei kürzerem Meldeintervall mit  $\Delta t = 5$  Zeitschritten (vgl. Abb. 5-7a). Die Berechnung des systematischen Fehlers im letzten Fall ergibt schließlich zwar trotzdem eine durchschnittlich leichte Überschätzung durch das neue Verfahren, die mit 0.7239 Zellen bei einer Standardabweichung von 2.3623 Zellen allerdings vergleichsweise klein ausfällt (vgl. Abb. 5-8) und somit letztlich akzeptabel ist.

## 5.2.4 Einfluss des Aggregationsgrades

Bereits im Abschnitt 5.2.2 wurde eindeutig festgestellt, dass insbesondere die Anzahl an verfügbaren Datenpunkten einen wesentlichen Einfluss auf die Ergebnisqualität des neu entwickelten

<sup>14</sup>Ein naheliegendes Szenario wäre in diesem Fall z.B. ein Schleifendetektor in einem angrenzenden Straßenabschnitt, der für dieses die jeweiligen Verkehrsstärken misst, welche ihrerseits – allerdings selbstverständlich nur näherungsweise – als Anhaltspunkt für die Verkehrsbelastung des eigentlich betrachteten Straßensegments verwendet werden könnten.



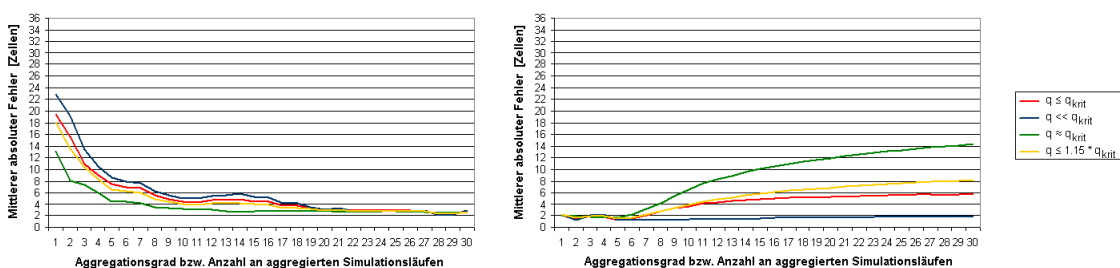
**Abbildung 5-8:** Verteilung des Schätzfehlers bei Datenfusion (Typ 2).  
( $\rho = 2\%$ ,  $\Delta t = 5$  Zeitschritte,  $T = 3600$  Zeitschritte,  $a = 0.8382510543$ ,  $q_{\text{tol}} = 0.1$ )

Rückstaulängenschätzers hat. Der generische Ansatz zur Verbesserung der Resultate lautet folglich, den Abdeckungsgrad  $\rho$  zu erhöhen bzw. das Meldeintervall  $\Delta t$  zu verkürzen. In praktischen Anwendungen gibt es diesbezüglich allerdings zumeist enge Grenzen, sodass eine Anpassung dieser Parameter in der Regel nicht oder nur sehr schwer möglich ist. Ein weiterer, sehr einfacher Weg zur Vergrößerung der Datenbasis besteht jedoch in der Integration historischer Daten, d.h. Daten vorangegangener Tage und Wochen, die unter zumindest ähnlichen Verkehrsbedingungen gemessen wurden (vgl. Einleitung zu Abschnitt 5.2).

Bezogen auf die hier durchgeführte, simulationsbasierte Evaluation des neuen Verfahrens bedeutet dies, dass virtuelle Floating-Car-Daten zunächst über mehrere, bezüglich der Parameter identische Simulationsläufe hinweg aggregiert und anschließend gemeinsam ausgewertet werden. Abbildung 5-9a zeigt, dass dadurch gerade bei niedriger Datendichte in der Tat eine wesentliche Verbesserung der Schätzqualität erreicht werden kann.

a)  $\rho = 1\%$ ,  $\Delta t = 60$  Zeitschritte

b)  $\rho = 10\%$ ,  $\Delta t = 15$  Zeitschritte



**Abbildung 5-9:** Schätzfehler in Abhängigkeit vom Aggregationsgrad (ohne Datenfusion).  
(Basisaggregationsintervall  $\Delta T = 3600$  Zeitschritte,  $a = 0.8382510543$ )

Erkennbar ist aber auch (s. Abb. 5-9b), dass im Zuge eines wachsenden Aggregationsgrades zumindest bei hoher FCD-Abdeckung  $\rho$  und kurzem Meldeintervall  $\Delta t$  eine signifikante Zunahme des Fehlers eintritt (vgl. Abb. 5-4a), obwohl die in diesem Fall höhere Anzahl an Datenpunkten prinzipiell etwas anderes erwarten ließe. Eine genauere Betrachtung zeigt, dass der Verschlechterungseffekt dabei vor allem nahe der kritischen Verkehrsnachfrage  $q_{\text{krit}}$  wirkt. Je größer nämlich der Anteil an Werten  $q \approx q_{\text{krit}}$  in den über verschiedene Bereiche der Verkehrsnachfrage gemittelten Kurven aus Abbildung 5-9b, desto größer sind auch die Fehler.

Die Erklärung hierfür liegt wie schon zuvor in der stochastischen Dynamik des Rückstaus (vgl. Kapitel 4) in Verbindung mit der in Abhängigkeit von  $q$  variierenden Approximationsgenauigkeit der Dichteprofile gemäß Gleichung (4.33). Durch die Aggregation über mehrere Simulationsläufe hinweg werden nämlich Daten letztlich verschiedener Verkehrssituationen zusammengefasst, sodass sich zwar in der Tat eine höhere Anzahl an Datenpunkten ergibt, diese jedoch nicht zwingend ein mit dem entsprechenden Dichteprofil konsistentes Bild derselben Verkehrslage ergeben. Aufgrund der höheren Streuung der Rückstaulänge im Bereich der kritischen Verkehrsnachfrage (vgl. Abb. 4-3) treten derartige Effekte dabei in natürlicher Weise gerade in diesen Situationen stärker auf.

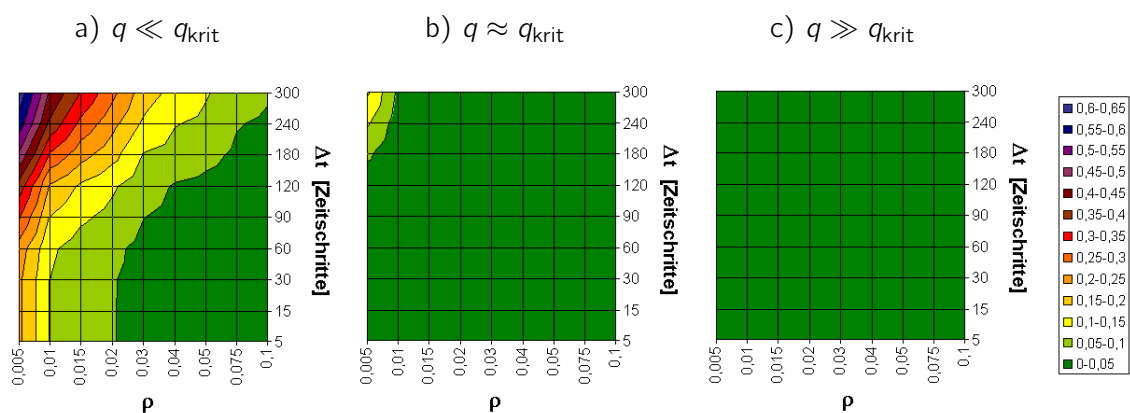
Ist nun der Abdeckungsgrad  $\rho$  vergleichsweise niedrig bzw. liegen große Meldeintervalle vor, so zeichnen die wenigen Datenpunkte jedes Simulationslaufes ein ohnehin nur grobes Bild der jeweiligen Verkehrslage, und die genannte Inkonsistenz kommt folglich nur relativ schwach zum Tragen. Vielmehr überwiegt der Vorteil einer größeren Anzahl an Datenpunkten im Zuge des höheren Aggregationsgrades.

Umgekehrt hingegen verhält es sich jedoch bei hoher Abdeckung  $\rho$  und kurzen Meldeintervallen, wo die zunächst einmal bessere Datenlage letztlich jedoch zu einem stärkeren Einfluss des beschriebenen Inkonsistenzproblems führt. Das Ergebnis ist, wie beobachtet, eine Verschlechterung der Schätzqualität bei wachsendem Aggregationsgrad, wenn ab einem gewissen Punkt die negativen Effekte gegenüber den Vorteilen zusätzlicher Datenpunkte die Oberhand gewinnen. Der maximale, akzeptable Aggregationsgrad hängt dabei wesentlich von der allgemeinen Datendichte ab.

### 5.2.5 Ausfallraten

Ziel des Abschnitts 5.2 war bisher die Untersuchung der Schätzqualität in Abhängigkeit unterschiedlicher Einflussfaktoren. Gerade bei kurzen Aggregationszeiträumen spielt es allerdings zusätzlich eine wesentliche Rolle, in wie vielen Fällen aufgrund fehlender Daten mitunter überhaupt keine Rückstaulänge geschätzt werden kann. Die approximative Berechnung der entsprechenden Ausfallraten  $\beta$  sowie der Vergleich mit der Simulation stehen im Fokus der folgenden Betrachtung.

Gefragt ist also nach der Wahrscheinlichkeit, dass im gesamten System während des Messintervalls  $T$  keine einzige Positionsmeldung auftritt. Abbildung 5-10 zeigt in diesem Zusammenhang zunächst einige, in der Simulation beobachtete Ausfallraten in Abhängigkeit von Abdeckung  $\rho$  und Meldeintervall  $\Delta t$  jeweils gemittelt über verschiedene Bereiche der Verkehrsnachfrage  $q$ .



**Abbildung 5-10:** Mittlere Ausfallraten  $\beta$  in der Simulation für  $T = 3600$  Zeitschritte.

Wie zu erwarten nimmt die Ausfallwahrscheinlichkeit mit zunehmendem Abdeckungsgrad und kürzer werdenden Meldeintervallen ab. Dabei reichen bereits vergleichsweise niedrige Abde-

ckungsgrade ( $\rho > 2\%$ ) aus, um bei hinreichend kleinem  $\Delta t$  Ausfallraten unter 5% zu erzielen. Darüber hinaus verringert sich  $\beta$  offensichtlich auch mit wachsender Verkehrsnachfrage  $q$ .

Dennoch wirkt es auf den ersten Blick merkwürdig, dass die Ausfallwahrscheinlichkeit unabhängig vom Meldeintervall  $\Delta t$  ist, sobald  $\Delta t$  unterhalb einer gewissen Grenze liegt. Eine einfache, heuristische Rechnung zur Herleitung einer approximativen Formel für  $\beta$  liefert allerdings eine eindeutige Erklärung für diesen Effekt und stellt dabei einen allgemeinen Zusammenhang zwischen der Ausfallrate und den relevanten Parametern  $q$ ,  $\rho$ ,  $\Delta t$  sowie  $T$  her.

Dazu liefert zunächst offensichtlich  $Q(q) \cdot \rho$  die Zuflussrate an Floating Cars in Abhängigkeit von  $q$  und  $\rho$ , wobei  $Q$  selbstverständlich die Zuflussfunktion aus Abschnitt 2.2 ist. Unter Beachtung, dass der Zufluss entsprechend den Modellannahmen (s. Abschnitt 2.1) näherungsweise einer Poisson-Verteilung gehorcht, ergibt sich die Wahrscheinlichkeit  $p(n)$ , während des Messintervalls  $T$  genau  $n$  Floating Cars zu beobachten, approximativ also gemäß

$$p(n) = \frac{(Q(q)\rho T)^n}{n!} \cdot \exp(-Q(q)\rho T). \quad (5.10)$$

Vernachlässigt man nun alle Formen von Verlustzeiten (aufgrund der Lichtsignalanlage und aufgrund von Interaktionen der Fahrzeuge untereinander), so folgt, dass insbesondere jedes Meldefahrzeug bei maximaler Geschwindigkeit  $v_{\max}$  genau  $\frac{N}{v_{\max}}$  Zeitschritte zum Durchfahren des betrachteten Straßenabschnitts der Länge  $N$  benötigt. Wegen des festen Meldeintervalls  $\Delta t$  und des zufälligen Zuflusszeitpunkts der einzelnen Floating Cars bedeutet dies aber, dass die Wahrscheinlichkeit  $p_0$ , von einem bestimmten Meldefahrzeug *mindestens einen* Datenpunkt zu erhalten, durch

$$p_0 = \min \left\{ \frac{N}{v_{\max} \Delta t} ; 1 \right\} \quad (5.11)$$

definiert ist. Ist das Meldeintervall  $\Delta t$  also kürzer als die Zeit zum Durchfahren des Straßenabschnitts, so ist die Wahrscheinlichkeit  $p_0$  automatisch gleich 1. Ansonsten richtet sie sich nach dem Quotienten aus Fahrzeit und Meldeintervall.

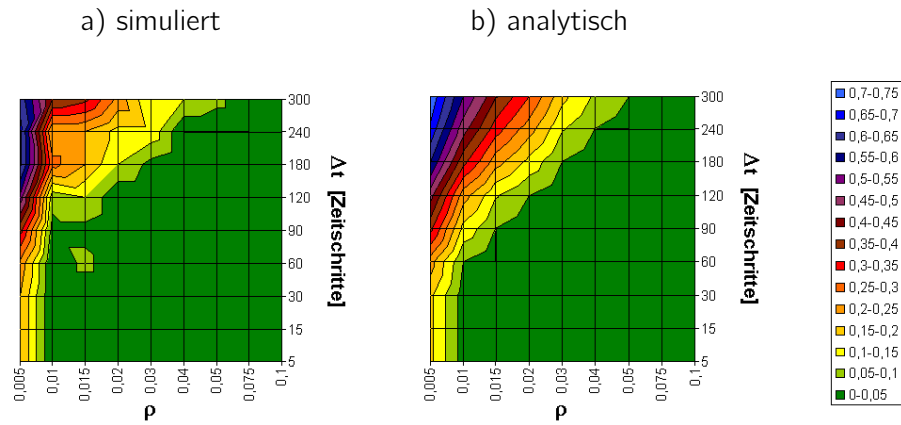
Die approximative Berechnung der Ausfallraten  $\beta$  ist dann sehr einfach. Unter Beachtung der Reihenentwicklung der Exponentialfunktion und mit der Wahrscheinlichkeit  $1 - p_0$ , von einem bestimmten Floating Car *keine* Meldung zu erhalten, ergibt sich nämlich

$$\beta \approx \sum_{n=0}^{\infty} (1 - p_0)^n p(n) = \exp(-Q(q)\rho T p_0). \quad (5.12)$$

Offensichtlich nimmt  $\beta$  gemäß Gleichung (5.12) also in der Tat ab, wenn die Verkehrsnachfrage<sup>15</sup>  $q$  oder der Abdeckungsgrad  $\rho$  wachsen bzw. das Meldeintervall  $\Delta t$  schrumpft. Darüber hinaus erklärt die Formel aber auch die Unabhängigkeit von  $\Delta t$  bei kurzen Meldeintervallen, da in diesem Fall wegen (5.11) konstant  $p_0 = 1$  gilt und somit  $\Delta t$  in Gleichung (5.12) letztlich gar nicht auftaucht. Der entsprechende Grenzwert  $(\Delta t)^*$ , unterhalb dessen das Meldeintervall  $\Delta t$  zwar Einfluss auf die Schätzqualität, nicht aber auf die Ausfallraten hat, berechnet sich dabei sofort aus (5.11). Mit den bisher verwendeten Basisparametern  $N = 100$  Zellen und  $v_{\max} = 2$  Zellen pro Zeitschritt ergibt sich in guter Übereinstimmung mit Abbildung 5-10a beispielsweise der Wert  $(\Delta t)^* = 50$  Zeitschritte.

Abbildung 5-11 zeigt dabei, dass trotz starker Vereinfachungen bei der obigen Herleitung auch ansonsten eine nicht nur qualitative, sondern auch quantitative Ähnlichkeit zwischen analytischer Formel (s. (5.12)) und Simulation besteht.

<sup>15</sup>Man beachte an dieser Stelle die Monotonie der Zuflussfunktion  $Q$  (s. Abschnitt 2.2 bzw. Anhang B.2).



**Abbildung 5-11:** Analytische Ausfallraten  $\beta$  im Vergleich zur Simulation.  
( $T = 3600$  Zeitschritte,  $q = 0.1$ )

### 5.3 Berücksichtigung instationärer Verkehrslagen

Die Analysen des vorangegangenen Abschnitts 5.2 haben ergeben, dass mit dem neuen Verfahren zur Rückstaulängenschätzung insgesamt sehr gute Ergebnisse erzielt werden können. Gerade im Bereich der kritischen Verkehrsnachfrage wurden aber auch die konzeptionellen Grenzen deutlich, die in erster Linie mit dem Problem instationärer Verkehrssituationen beim Übergang zwischen Unter- und Übersättigung zusammenhängen (vgl. Abschnitt 5.2.3). Insbesondere die ausschließliche Berücksichtigung (teils nur approximativer) stationärer Verkehrsdichteprofile im Rahmen des ursprünglichen Staulängenschätzers aus Abschnitt 5.1 erweist sich als zu ungenau, als dass auch instationäre Verkehrslagen exakt erfasst werden könnten.

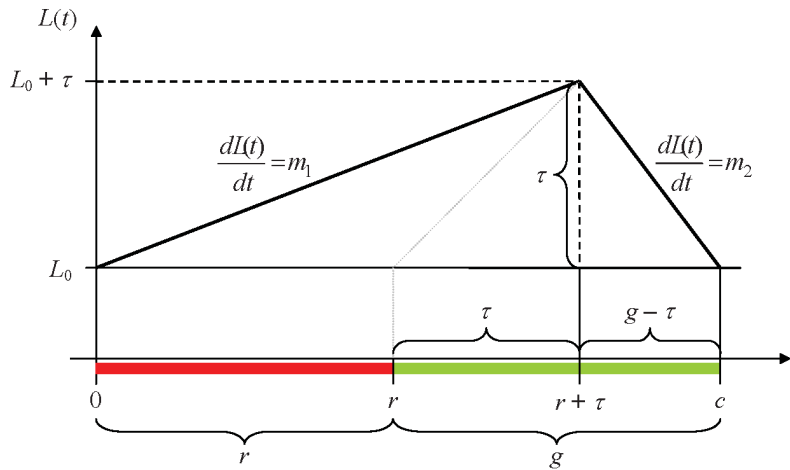
Ein naheliegender Lösungsansatz besteht nun darin, zusätzlich zu den bisherigen Dichteprofilen aus Gleichung (4.33) auch solche zu berücksichtigen, die zusammen mit den zugehörigen Staulängeninformationen vor allem im Bereich der kritischen Verkehrsnachfrage besser die auftretenden, instationären Verkehrssituationen repräsentieren. Unterstellt man in diesem Zusammenhang jeweils eine zumindest stabile Verkehrslage in dem Sinne, dass sich die jeweils am Ende der Grünphase verbleibende (Basis-)Rückstaulänge  $L_0 \geq 0$  über die Zeit hinweg nicht ändert, so lässt sich das Stauverhalten approximativ mit Hilfe eines einfachen, deterministischen Staulängenmodells (vgl. [GMR09]<sup>16</sup>) mit konstantem Zu- und Abfluss beschreiben (s. Abb. 5-12). Dabei bezeichnet  $L(t)$  in Abbildung 5-12 in natürlicher Weise die Rückstaulänge zur Zeit  $t$  des betrachteten Umlaufs. Ferner sind  $\tau$  sowie die Steigungen  $m_1$  und  $m_2$  noch näher zu bestimmende Konstanten. Die fixe Basisrückstaulänge  $L_0$  impliziert schließlich wegen des Abflusses von  $s(g)$  Fahrzeugen pro Umlauf (vgl. Abschnitt 3.1.1), dass während derselben Zeit also genauso viele Fahrzeuge zufließen müssen. Dies ist gemäß Abschnitt 3.1.2 offenbar genau dann erfüllt, wenn für den Zufluss

$$Q(q) = Q_{\text{krit}} = \frac{s(g)}{c}, \quad (5.13)$$

d.h.  $q = q_{\text{krit}}$  gilt.

Nimmt man nun vereinfachend  $L_0 = 0$  an, so baut sich im beschriebenen, deterministischen Modell (s. Abb. 5-12) also während der Sperrzeit mit konstanter Geschwindigkeit ein kompakter Rückstau auf, der sich stromabwärts mit Beginn der Grünphase wieder aufzulösen beginnt. Dennoch wächst die Rückstaulänge im Sinne der Definition aus Abschnitt 3.2 selbstverständlich zunächst noch weiter, solange über die Rotphase hinaus zufließende Fahrzeuge am Ende des Rückstaus auf stehende Fahrzeuge treffen. Erst wenn das letzte stehende Fahrzeug nach  $\tau$

<sup>16</sup>Man beachte die im Vergleich zur vorliegenden Arbeit andere Definition der Rückstaulänge in [GMR09].



**Abbildung 5-12:** Deterministisches Staulängenmodell.

Zeitschritten angefahren ist, nimmt die Rückstaulänge wieder ab. Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass sich mit Blick auf das nach wie vor zugrundeliegende Nagel-Schreckenberg Modell der kompakt gestaute Bereich an der Lichtsignalanlage ab Beginn der Grünphase stromabwärts mit exakt 1 Zelle pro Zeitschritt auflöst (vgl. Abschnitt 3.1.3 bzw. Anhang B.4), befindet sich dieses Fahrzeug zum Zeitpunkt des Anfahrens aber genau  $\tau$  Zellen von der Lichtsignalanlage entfernt und markiert damit die maximale Rückstaulänge

$$L_{\max}^{\text{inst}} = L_0 + \tau \quad (5.14)$$

während des Umlaufs (vgl. Abb. 5-12).

Der weitere Verlauf der Kurve für  $L(t)$  resultiert darüber hinaus in Übereinstimmung mit dem verwendeten Rückstaulängenbegriff (s. Abschnitt 3.2) daraus, dass das soeben, d.h. zum Zeitpunkt  $r + \tau$  angefahrne Fahrzeug letztlich bis zum Beginn der nächsten Rotphase das Stauende definiert und dabei als letztes die Haltelinie passiert. Unter der vereinfachenden Annahme einer konstanten Geschwindigkeit beim Abfließen der Fahrzeuge ergibt sich somit genau der in Abbildung 5-12 eingezeichnete, lineare Kurvenverlauf mit Steigung  $m_2$  rechts des Maximalwertes bei  $t = r + \tau$ .

Zur Bestimmung der noch fehlenden Konstanten beachte man schließlich, dass zunächst automatisch  $\tau = s(g)$  gilt. Wäre nämlich  $\tau < s(g)$ , so wäre der gesamte, über  $L_0$  hinausreichende Rückstau bereits vor Ende der Grünzeit vollständig abgebaut. Im Widerspruch zur Annahme eines konstanten  $L_0$  würde letztlich also auch der Basisrückstau in jedem Umlauf schrumpfen, weil über  $\tau$  hinaus noch weitere Fahrzeuge während der jeweils verbleibenden Freigabezeit abfließen könnten. Umgekehrt ist auch  $\tau > s(g)$  ausgeschlossen, da in diesem Fall nach Abzug des maximalen Abflusses  $s(g)$  pro Umlauf gestaute Fahrzeuge übrigblieben, was erneut im Widerspruch zur Annahme diesmal zu einem kontinuierlichen Anwachsen der Basisrückstaulänge führen würde.

Insgesamt ergibt sich also tatsächlich  $\tau = s(g)$ , d.h. wie in Abbildung 5-12 impliziert insbesondere auch  $0 \leq \tau \leq g$ , und die Berechnung der auftretenden Steigungen  $m_1$  und  $m_2$  ist somit trivial. Es gilt

$$m_1 = \frac{s(g)}{r + s(g)} \quad (5.15)$$

sowie

$$m_2 = -\frac{s(g)}{g - s(g)}. \quad (5.16)$$

Zusammenfassend lautet der Funktionsterm für  $L(t)$  mit  $t \in [0, c]$  im hier betrachteten, deterministischen Staulängenmodell folglich

$$L(t) = \begin{cases} L_0 + m_1 t & \text{falls } t \leq r + s(g), \\ L_0 - m_2(c - t) & \text{falls } t > r + s(g). \end{cases} \quad (5.17)$$

Die zugehörige, mittlere Rückstaulänge  $\bar{L}^{\text{inst}}$  berechnet sich neben der bereits bestimmten, maximalen Rückstaulänge  $L_{\text{max}}^{\text{inst}} = L_0 + s(g)$  (vgl. (5.14)) ferner gemäß

$$\bar{L}^{\text{inst}} = \frac{1}{c} \int_0^c L(t) dt = L_0 + \frac{s(g)}{2}. \quad (5.18)$$

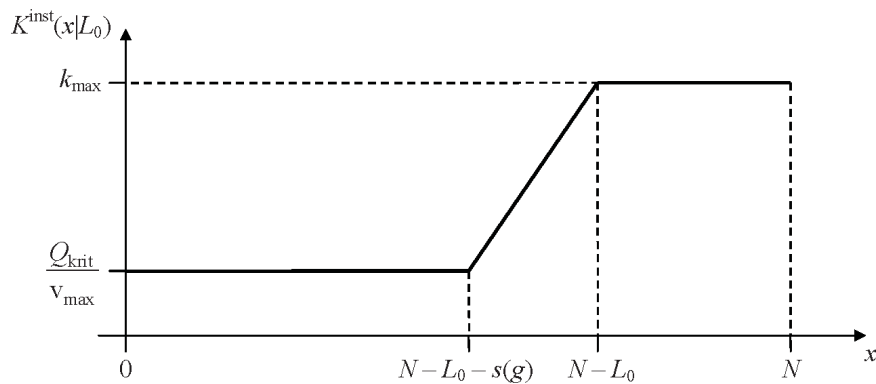
Entscheidend ist nun, dass sich mit Hilfe des Modells aus Abbildung 5-12 natürlich nicht nur die Rückstaulänge ermitteln lässt, sondern dass analog zum Vorgehen aus Abschnitt 4.3 in Abhängigkeit von  $L_0$  auch entsprechende, instationäre Verkehrsdichteprofile  $K^{\text{inst}}(\cdot | L_0)$  existieren. Dazu definiert man ähnlich wie zuvor mit  $x \in [0, N]$  für alle  $t \in [0, c]$  elementare Dichteprofile

$$K_t^{\text{inst}}(x) := \begin{cases} k_{\text{frei}} & \text{falls } x \leq N - L(t), \\ k_{\text{max}} & \text{falls } x > N - L(t), \end{cases} \quad (5.19)$$

mit der Verkehrsdichte  $k_{\text{frei}} = \frac{Q_{\text{krit}}}{v_{\text{max}}}$  im freien Verkehr<sup>17</sup> (vgl. (3.8)) und der durchschnittlichen Staudichte  $k_{\text{max}}$  aus (4.31). Die entsprechenden, zur Gleichung (4.33) aus Abschnitt 4.3 korrespondierenden Verkehrsdichten  $K^{\text{inst}}(x | L_0)$  ergeben sich für alle  $x \in [0, N]$  dann als zeitlicher Mittelwert der  $K_t^{\text{inst}}$  durch einfache Integration gemäß

$$\begin{aligned} K^{\text{inst}}(x | L_0) &= \frac{1}{c} \int_0^c K_t^{\text{inst}}(x) dt \\ &= \begin{cases} \frac{Q_{\text{krit}}}{v_{\text{max}}} & x \leq N - L_0 - s(g), \\ \frac{k_{\text{max}} - \frac{Q_{\text{krit}}}{v_{\text{max}}}}{s(g)} (x - N + L_0) + k_{\text{max}} & \text{falls } N - L_0 - s(g) < x < N - L_0, \\ k_{\text{max}} & x \geq N - L_0. \end{cases} \end{aligned} \quad (5.20)$$

Abbildung 5-13 zeigt eine schematische Darstellung der resultierenden, offenbar stückweise linearen Profile.



**Abbildung 5-13:** Schematische Darstellung instationärer Verkehrsdichteprofile.

<sup>17</sup>Man beachte, dass im hier betrachteten, deterministischen Staumodell stets  $q = q_{\text{krit}}$ , d.h.  $Q(q) = Q_{\text{krit}}$  gilt.

Hinsichtlich des Rückstaulängenschätzers aus Abschnitt 5.1 besteht die naheliegende Erweiterung nun darin, für eine gegebene Beobachtung  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  mit  $n$  relevanten Floating-Car-Positionen  $x_1, \dots, x_n$  nicht nur die gegebenenfalls mit  $w_q$  gewichteten, von der Verkehrsnachfrage  $q$  abhängigen Wahrscheinlichkeiten  $w_q \cdot \mathbb{P}_q(X)$  für  $X$  mit  $q \in [0, 1]$  auf Basis der stationären Verkehrsdichteprofile zu betrachten (vgl. (5.5)), sondern außerdem den instationären Fall in entsprechender Weise zu berücksichtigen. Sind also ähnlich wie zuvor  $\tilde{K}^{\text{inst}}(\cdot | L_0)$  die normierten Versionen der instationären Profile aus Gleichung (5.20) und  $w_{L_0}^{\text{inst}} \geq 0$  weitere, geeignete a-priori-Gewichte, so lautet die zu (5.5) analoge Formel im instationären Kontext offenbar

$$L_0^* := \arg \max_{L_0 \in [0, N]} \{w_{L_0}^{\text{inst}} \cdot \mathbb{P}_{L_0}^{\text{inst}}(X)\} := \arg \max_{L_0 \in [0, N]} \left\{ w_{L_0}^{\text{inst}} \cdot \prod_{i=1}^n \tilde{K}^{\text{inst}}(x_i | L_0) \right\}. \quad (5.21)$$

Folglich ergibt sich mit Blick auf Gleichung (5.18)

$$(\bar{L}^{\text{inst}})^* := L_0^* + \frac{s(g)}{2} \quad (5.22)$$

als zugehöriger Schätzer für die mittlere Rückstaulänge. Wie im stationären Fall wird also zunächst die Wahrscheinlichkeit der Beobachtung  $X$  im Rahmen einer verallgemeinerten Maximum-Likelihood-Schätzung bezüglich des freien Parameters, d.h.  $q$  bzw.  $L_0$  maximiert, und anschließend die Rückstaulänge jeweils modellkonform auf Basis des optimalen Parameterwerts berechnet.

Sollen schließlich der ursprüngliche Ansatz des neuen Rückstaulängenschätzers aus Abschnitt 5.1 und dessen Variante mit (ausschließlicher) Verwendung instationärer Verkehrsdichteprofile (s. (5.21) und (5.22)) sinnvoll zusammengeführt werden, so bietet es sich an, in einem ersten Schritt zunächst unabhängig voneinander den jeweils zugehörigen, optimalen Parameter  $q^*$  bzw.  $L_0^*$  zu schätzen. Führt man dann die grundsätzliche Idee, die Wahrscheinlichkeit der Beobachtung  $X$  zu maximieren, konsequent zuende, ist im zweiten Schritt also lediglich zu entscheiden, welche der beiden zugehörigen, möglicherweise gewichteten Wahrscheinlichkeiten, d.h.  $w_{q^*} \cdot \mathbb{P}_{q^*}(X)$  bzw.  $w_{L_0^*}^{\text{inst}} \cdot \mathbb{P}_{L_0^*}^{\text{inst}}(X)$  letztlich die Größere ist. Die abschließende Schätzung der mittleren Rückstaulänge erfolgt daraufhin entsprechend dem Ergebnis in natürlicher Weise entweder gemäß (5.22) im Fall  $w_{L_0^*}^{\text{inst}} \cdot \mathbb{P}_{L_0^*}^{\text{inst}}(X) > w_{q^*} \cdot \mathbb{P}_{q^*}(X)$  oder laut  $\bar{L}^* = \mathbb{E}_{q^*}[\bar{L}]$  (s. (5.6)), falls umgekehrt  $w_{q^*} \cdot \mathbb{P}_{q^*}(X) \geq w_{L_0^*}^{\text{inst}} \cdot \mathbb{P}_{L_0^*}^{\text{inst}}(X)$  gilt.

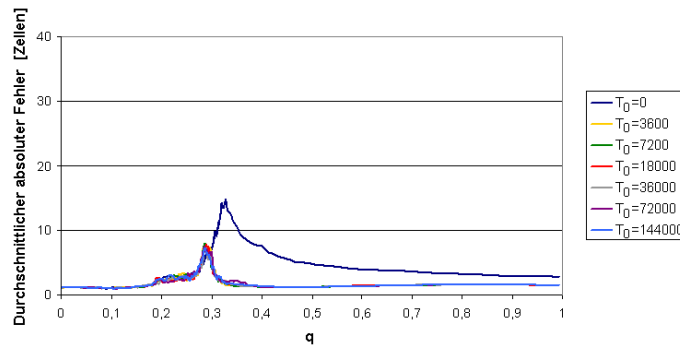
Unterstellt man im Folgenden nun in Übereinstimmung mit früheren Überlegungen, dass die in (5.20) hergeleiteten, instationären Dichteprofile hauptsächlich nahe der kritischen Verkehrsnachfrage, d.h. im mittleren Bereich der Rückstaulänge relevant werden, so bietet sich für die zugehörigen a-priori-Gewichte beispielsweise die Setzung

$$w_{L_0}^{\text{inst}} := \begin{cases} 1 & \text{falls } L_0 \in [0.25 \cdot N; 0.75 \cdot N], \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.23)$$

an. Werden dann ferner die auf Basis stationärer Dichteprofile bestimmten Wahrscheinlichkeiten  $\mathbb{P}_q(X)$  im Sinne einer Datenfusion des Typs 2 (vgl. Abschnitt 5.2.3) gemäß (5.9) gewichtet, so ergeben sich mit dem erweiterten Verfahren letztlich Schätzergebnisse, die bei Verwendung exakt derselben, virtuellen Floating-Car-Daten wie in Abschnitt 5.2 direkt mit früheren Auswertungen verglichen werden können.

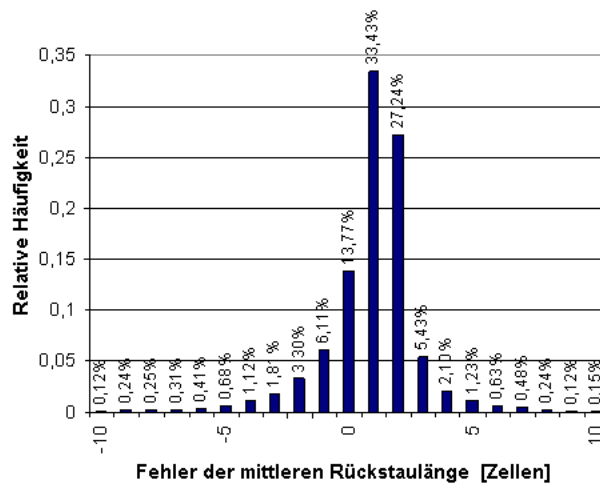
Abbildung 5-14 zeigt in diesem Zusammenhang den durchschnittlichen Schätzfehler in Abhängigkeit von der Simulationsvorlaufzeit  $T_0$  unter Einbeziehung der instationären Dichteprofile aus (5.20) bei ansonsten identischen Rahmenbedingungen wie in der entsprechenden Abbildung 5-2b (s. Abschnitt 5.2.1).





**Abbildung 5-14:** Schätzfehler des erweiterten Verfahrens in Abhängigkeit von  $T_0$ .  
(Aggregationsintervall  $T = 54000$  Zeitschritte,  $a = 0.8382510543$ )

Der Vergleich mit Abbildung 5-2b, bei der die Problematik der Instationarität im Rahmen der Untersuchungen aus Abschnitt 5.2 am grundsätzlich erhöhten Fehler im Bereich der kritischen Verkehrsnachfrage besonders deutlich wurde, führt jedoch unglücklicherweise zu der Feststellung, dass auch mit dem erweiterten Verfahren ohne Weiteres offenbar keine signifikanten Verbesserungen bei der Rückstaulängenschätzung erzielt werden können. Die Verteilung des Schätzfehlers in Abbildung 5-15 impliziert im Vergleich zum entsprechenden Diagramm aus Abschnitt 5.2.3 (s. Abb. 5-8) sogar eine leichte Vergrößerung des systematischen Fehlers von 0.7239 auf 0.9284 Zellen bei nahezu unveränderter Standardabweichung von 2.3200 Zellen.



**Abbildung 5-15:** Verteilung des Schätzfehlers des erweiterten Verfahrens mit Datenfusion.  
( $\rho = 2\%$ ,  $\Delta t = 5$  Zeitschritte,  $T = 3600$  Zeitschritte,  $a = 0.8382510543$ ,  $q_{tol} = 0.1$ )

Erklärbar ist diese Tatsache dadurch, dass offensichtlich auch die instationären Verkehrsdichteprofile aus (5.20) die jeweils in den Floating-Car-Daten widerspiegelte Verkehrslage häufig nicht adäquat erfassen. Ursache hierfür ist in erster Linie die Annahme einer stabilen Basisrückstaulänge  $L_0$  im verwendeten, deterministischen Staumodell aus Abbildung 5-12. Aufgrund stochastischer Schwankungen beim Zufluss variiert die Rückstaulänge in Wirklichkeit jedoch meist von Umlauf zu Umlauf. Da zudem in allen bisher betrachteten Beispielen ein Messintervall von mindestens 3600 Zeitschritten mit einer Vielzahl von Umläufen unterstellt wurde<sup>18</sup>, trifft

<sup>18</sup>Wesentlich kürzere Messintervalle sind gegenwärtig nur wenig sinnvoll, da sie unter der Annahme ansonsten konstanter Parameter automatisch zu einer starken Reduzierung der Anzahl an Datenpunkten führen, sodass mit Blick auf den direkten Zusammenhang zwischen Schätzqualität und Umfang an Daten unter realistischen

die getroffene Annahme eines über die gesamte Zeit hinweg konstanten  $L_0$  somit letztlich nur sehr eingeschränkt zu.

Hinzu kommt das Problem, dass die höhere Anzahl während der Rückstaulängenschätzung berücksichtigter Dichteprofile selbstverständlich auch die Wahrscheinlichkeit einer mehr oder weniger signifikanten Fehlschätzung vergrößert, zumal anders als im ursprünglichen Verfahren in dessen Erweiterung nun auch Verkehrsdichteprofile mit formal derselben, zugrundeliegenden Verkehrsnachfrage (d.h.  $q_{\text{krit}}$ ) miteinander konkurrieren. Gerade bei niedriger Datendichte stellt sich dabei die korrekte Schätzung der Basisrückstaulänge  $L_0$  als schwierig heraus.

Zusammengefasst ist das beobachtete Problem der Instationarität also offenbar sehr viel komplexer, als dass es mit einem einfachen, wie dem oben beschriebenen Modellansatz angemessen erfasst werden könnte. Glücklicherweise sind die induzierten Fehler jedoch bereits im ursprünglichen Verfahren ungeachtet all ihrer Bedeutung in der Regel vertretbar (vgl. Abschnitt 5.2.3). Setzt man für den untersuchten Modellstraßenabschnitt beispielsweise den in Abbildung 5-2b dargestellten Schätzfehler in Beziehung zur mittleren Staulänge, so ergibt sich im Fall des maximalen Absolutfehlers in Höhe von ca. 7.5 Zellen bei einer Verkehrsnachfrage  $q \approx 0.2873$  ein relativer Fehler von immerhin weniger als 20%.

Da sich darüber hinaus das ursprüngliche und das erweiterte Verfahren hinsichtlich der Schätzqualität offenbar kaum unterscheiden (vgl. Abb. 5-2 und 5-14 bzw. Abb. 5-8 und 5-15), kann im Folgenden also ohne Einschränkung auch der einfachere Ansatz ohne Berücksichtigung instationärer Dichteprofile aus Abschnitt 5.1 eingesetzt werden, der im Rahmen der vorliegenden Arbeit somit die Grundlage für alle weiteren theoretischen sowie praktischen Untersuchungen bildet.

### 5.4 Berücksichtigung nicht-konstanter Zuflussraten

Die bisherigen Analysen der Abschnitte 5.2 und 5.3 haben sich bekanntlich ausschließlich mit konstanten Zuflussraten beschäftigt. Dies war vor allem deshalb sinnvoll, weil wichtige Effekte und Fehlerquellen auf diese Weise unter gleichbleibenden Randbedingungen und ohne weitere Störeinflüsse detailliert untersucht werden konnten. Nichtsdestotrotz bleibt mit Blick auf die praktische Anwendung des neuen Verfahrens zu klären, inwieweit auch bei schwankender Verkehrsnachfrage hinreichend genaue Ergebnisse erzielt werden können.

In diesem Sinne wurde die bisherige Simulation dahingehend erweitert, dass nun auch realistische Ganglinien der Verkehrsnachfrage zur Modellierung des Zuflusses eingesetzt werden können. Das im Folgenden näher betrachtete Beispiel basiert dabei auf einer realen Tagesganglinie<sup>19</sup> mit einer ausgeprägten Morgenspitze und einer weitestgehend flachen Nachmittagskurve in einer Auflösung von 10 Minuten (s. Abb. 5-16).

Abbildung 5-17 zeigt in diesem Zusammenhang, in welcher Weise der zugehörige Verlauf der tatsächlichen (d.h. in diesem Fall simulierten) Rückstaulänge unter verschiedenen Bedingungen durch das neue Schätzverfahren aus Abschnitt 5.1 rekonstruiert werden kann. Man erkennt dabei, dass der reale Tagesgang unter allen betrachteten Parameterkonstellationen zumeist sehr gut erfasst wird.

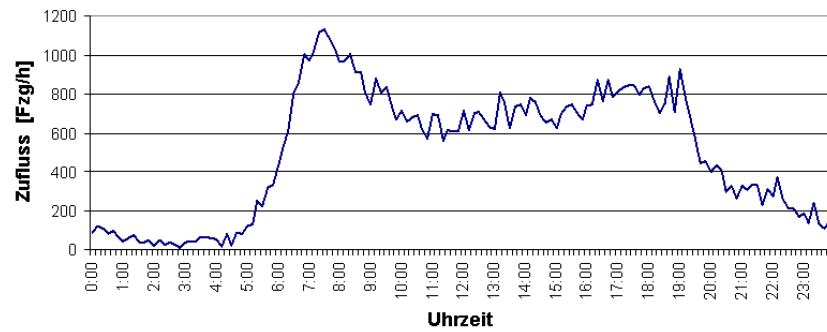
Dies ist zwar insofern nicht überraschend, als dass bereits in Abschnitt 5.2.1 nachgewiesen wurde, dass das neue Verfahren prinzipiell sehr schnell auf veränderte Zuflussbedingungen reagiert<sup>20</sup>. Nichtsdestotrotz treten einzelne Effekte auf, die zumindest kurz diskutiert werden sollen.

---

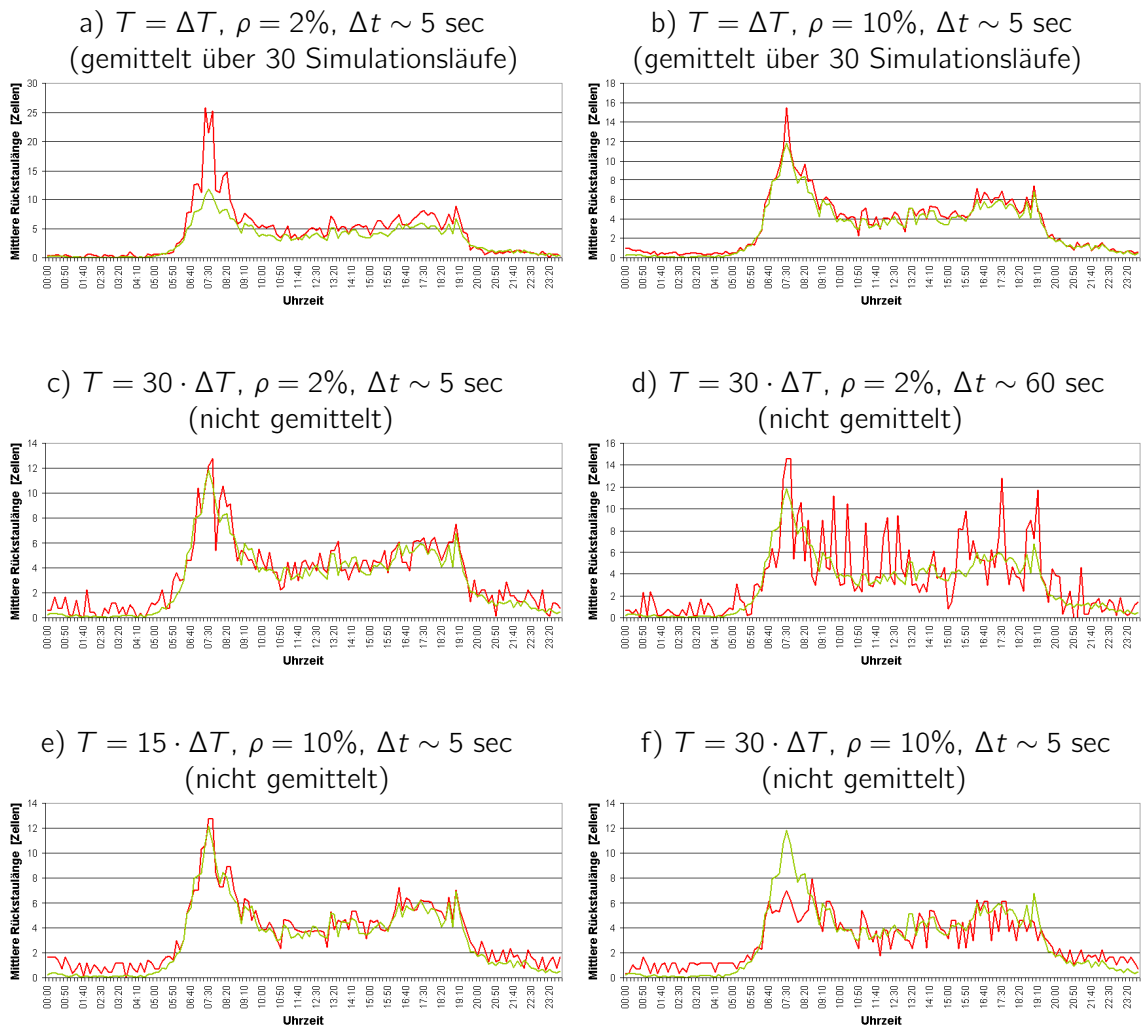
Bedingungen mit eher niedrigen Abdeckungsgraden vielfach keine vernünftige Rückstaulängenschätzung mehr möglich wäre.

<sup>19</sup>Die verwendete Tagesganglinie stammt vom südlichen Zuflussarm der Kreuzung Bayernstr./Münchener Str. in Nürnberg. Gemessen wurden die Werte am 18.07.2007 mittels eines außerhalb des Rückstaubereichs liegenden Schleifendetektors auf dem rechten Fahrstreifen.

<sup>20</sup>In Abschnitt 5.2.1 zeigte sich dies daran, dass auch bei fehlender Simulationsvorlaufzeit vielfach sehr gute Ergebnisse erzielt werden können.



**Abbildung 5-16:** Beispiel für einen realen Tagesgang des Zuflusses.



**Abbildung 5-17:** Vergleich zwischen simulierten und geschätzten Staulängenganglinien.

Grüne Linie = Simulierter Tagesgang der mittleren Rückstaulänge

Rote Linie = Geschätzter Tagesgang der mittleren Rückstaulänge (Datenfusion Typ 2)

(Basisaggregationsintervall  $\Delta T = 3600$  Zeitschritte,  $a = 0.8382510543$ ,  $q_{\text{tol}} = 0.1$ )

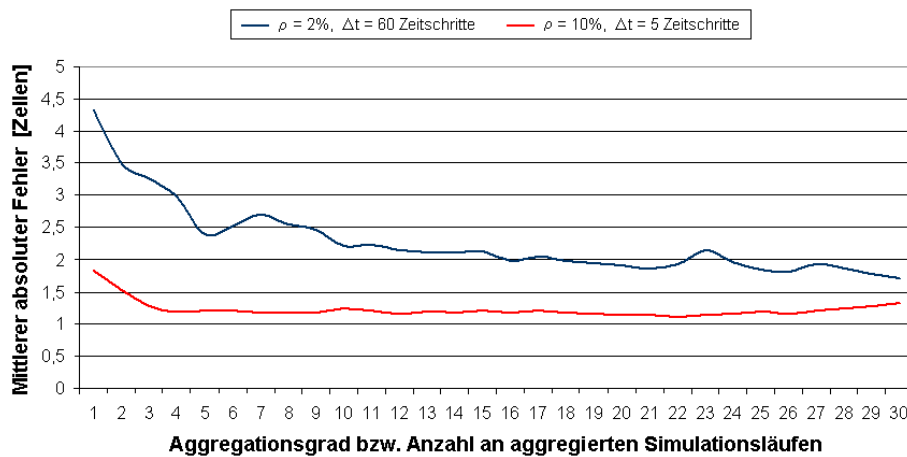
Abbildung 5-17a impliziert beispielsweise, dass bei kurzen Messintervallen ohne Verwendung „historischer“ Daten vor allem im Bereich der kritischen Verkehrsnachfrage unter Umständen eine auffällige Überschätzung der tatsächlichen Rückstaulänge möglich ist. Nachdem im betrachteten Diagramm durch eine nachträgliche Mittelwertbildung über insgesamt 30 Simulationsläufe stochastische Schwankungen der geschätzten Ganglinie bereits größtenteils eliminiert wurden,

bleiben während der Morgenspitze dennoch Abweichungen von bis zu 15 Zellen bzw. Fahrzeuglängen bestehen. Eine Erhöhung des Abdeckungsgrades  $\rho$ , d.h. eine Erhöhung der Anzahl an Datenpunkten unter ansonsten identischen Bedingungen hilft allerdings, den Effekt überschätzter Rückstaulängen nahezu vollständig zu vermeiden (s. Abb. 5-17b).

Aber auch durch einen größeren Aggregationsgrad lässt sich das beobachtete Phänomen bewältigen. Dabei weist die geschätzte Ganglinie in Abbildung 5-17c aufgrund der fehlenden Mittelwertbildung über mehrere Auswertungen zwar leicht stärkere, stochastische Fluktuationen auf, jedoch wird der tatsächliche Verlauf der Rückstaulänge ansonsten sehr gut rekonstruiert. Lediglich eine Reduktion der Anzahl verfügbarer Datenpunkte etwa im Zuge einer Vergrößerung des Meldeintervalls  $\Delta t$  (s. Abb. 5-17d) führt dazu, dass die stochastischen Effekte zunehmend den wahren Tagesgang überlagern, wenngleich im exemplarischen Fall mit  $\rho = 2\%$  und  $\Delta t \sim 60$  sec die wesentlichen Charakteristika des Rückstaulängenverlaufs nach wie vor erkennbar sind.

Umgekehrt zeigen die Abbildungen 5-17e und 5-17f aber auch, dass ein zu hoher Aggregationsgrad – wie schon in Abschnitt 5.2.4 beobachtet – mitunter zu einer Verschlechterung der Schätzergebnisse führen kann. Wie zuvor treten die wesentlichen Effekte dabei im Bereich der kritischen Verkehrsnachfrage auf, sodass in Abbildung 5-17f beispielsweise die Morgenspitze der Rückstaulänge trotz an sich guter Datenbasis nicht mehr richtig erfasst wird. Als Fazit ergibt sich folglich erneut, dass der jeweils verwendete Aggregationsgrad unter anderem unbedingt in Abhängigkeit von Abdeckungsgrad  $\rho$  und Meldeintervall  $\Delta t$  zu wählen ist, um optimale Ergebnisse zu erzielen (vgl. Abschnitt 5.2.4).

Untermauert wird dies durch Abbildung 5-18, die ansatzweise zeigt, wie der mittlere Schätzfehler auch im Kontext nicht-konstanter Zuflussraten bei hohen Datendichten ab einem gewissen Aggregationsgrad plötzlich unerwartet zu wachsen beginnt. Wie in Abschnitt 5.2.4 ist der Effekt bei prinzipiell ungünstigeren Parametern  $\rho$  und  $\Delta t$  jedoch zunächst nicht zu erkennen. Vielmehr führt die Erhöhung der Anzahl berücksichtigter Simulationsläufe in diesem Fall abgesehen von stochastischen Schwankungen scheinbar kontinuierlich zu einer Qualitätsverbesserung der Schätzergebnisse (vgl. Abb. 5-18). Nichtsdestotrotz ist zu vermuten, dass eine weitere Steigerung des Aggregationsgrades auch hier ab einem gewissen Punkt wieder zur Verschlechterung der Resultate führt.



**Abbildung 5-18:** Einfluss des Aggregationsgrades bei nicht-konstanter Zuflussrate. (Basisaggregationsintervall  $\Delta T = 3600$  Zeitschritte,  $a = 0.8382510543$ ,  $q_{\text{tol}} = 0.1$ )

Wenngleich aus Platzgründen an dieser Stelle nicht alle Untersuchungen erneut im selben Umfang wie zuvor durchgeführt werden können, so bestätigen sich dennoch alle wesentlichen Erkenntnisse des Abschnitts 5.2 auch im Fall realer Zuflussganglinien. Es zeigt sich, dass die

zusätzliche Form von Instationarität infolge einer schwankenden Verkehrsnachfrage offenbar keinen nennenswerten, negativen Einfluss auf die Qualität der Rückstaulängenschätzung ausübt. Vielmehr ist das neue Verfahren auch unter entsprechend erschwerten Bedingungen in der Lage, gute Ergebnisse zu liefern, was in Bezug auf praktische Anwendungen mit Realdaten (vgl. Teil II) letztlich von entscheidender Bedeutung ist.



## 6 Bewertung der theoretischen Ergebnisse

Inhalt der bisherigen Kapitel waren die theoretische Entwicklung sowie die simulationsgebundene Evaluation eines völlig neuartigen Ansatzes zur Auswertung klassischer Floating-Car-Daten. Anders als in herkömmlichen Verfahren (vgl. z.B. [STB<sup>+</sup>02]) werden dabei keine routenbezogenen Verkehrsinformationen (z.B. Reisezeiten) erfasst, sondern es wird stattdessen eine knotenbezogene Verkehrslage bestimmt. Die vorliegende Arbeit konzentriert sich in diesem Zusammenhang konkret auf die Ermittlung von Rückstaulängen an Lichtsignalanlagen, jedoch können theoretisch genauso gut auch andere Parameter (z.B. Wartezeiten, Emissionen, etc.) geschätzt werden.

Dazu wird im neuen Verfahren letztlich die Korrelation zwischen der räumlichen Verteilung der beobachteten FCD-Positionen einerseits und der Verkehrsdichte andererseits (vgl. Abschnitt 5.1) ausgenutzt, wobei im Kern die Zuordnung eines passenden Dichteprofiles zu den erfassten Floating-Car-Daten vorgenommen wird. Für die Bestimmung weiterer Verkehrslagekenngrößen reicht es demnach bereits aus, dass sich ein idealerweise (jedoch nicht notwendig) analytischer Zusammenhang zwischen den gesuchten Kennzahlen und der Verkehrsdichte bzw. der zugehörigen Verkehrsnachfrage herstellen lässt. Der bisher vornehmliche Einsatz des deterministischen Nagel-Schreckenberg Modells zur Berechnung der benötigten Verkehrsdichteprofile und der funktionalen Beziehungen zwischen den relevanten Parametern und Ergebnisgrößen ist allerdings nicht zwingend. Prinzipiell können sogar beliebige, insbesondere also auch realistischere Verkehrsflussmodelle eingesetzt werden, solange sich damit insbesondere Dichteprofile durch Simulation oder auf analytischem Weg hinreichend genau ermitteln lassen.

Nichtsdestotrotz hat die detaillierte Untersuchung des Nagel-Schreckenberg Modells im Rahmen der vorliegenden Arbeit den großen Vorteil, dass dadurch anhand sehr klarer, dynamischer Strukturen wesentliche Merkmale des Verkehrsflusses an Lichtsignalanlagen intensiv studiert werden konnten. Dabei konnten unter anderem die Zufluss- und Abflussraten für die speziellen Randbedingungen (erweiterter Einsetzmechanismus und lichtsignalgesteuerter Abfluss, s. Abschnitt 2.1) erstmals exakt auf analytischem Wege in Abhängigkeit von Verkehrsnachfrage und Lichtsignalparametern berechnet werden (s. Abschnitt 2.2 bzw. 3.1.1). Die bereits für sich genommen interessanten Resultate sind darüber hinaus zum Teil ebenso außerhalb der Verkehrsforschung relevant, zumal entsprechende, zelluläre Modelle beispielsweise auch in der statistischen Physik Verwendung finden.

Im Übrigen hat die beobachtete Staustruktur (s. Abschnitt 3.1.3) zu einer Diskussion verschiedener Definitionen des Begriffs der Rückstaulänge geführt, die hiermit sicher nicht endgültig beendet ist. Abschnitt 3.2 hat aber gezeigt, dass es zur Vermeidung von Missverständnissen unbedingt erforderlich ist, derart zentrale, verkehrstechnische Begriffe möglichst exakt festzulegen und nicht auf ein intuitives Verständnis zu vertrauen.

Ansonsten hat die Kombination des betrachteten Verkehrsflussmodells mit einem entsprechenden Markovketten-Ansatz in Kapitel 4 die Entwicklung eines Warteschlangenmodells ermöglicht, das aufgrund einer angepassten Wartekapazität im Gegensatz zur gängigen Literatur (vgl. u.a. [GMR09, Hur84, KH79]) in konsistenter Weise und in hoher Qualität sowohl für Unter- als auch für Übersättigung stationäre Rückstaulängen liefert. Ein wesentlicher Vorteil ist dabei zudem, dass letztlich alle Parameter des Modells klar verständlich sind und eine offensichtliche, physikalische Bedeutung haben. Selbst der eher nebensächliche Parameter  $a$  aus Abschnitt 4.2 lässt sich anschaulich erklären.

Im Ergebnis entsteht mit Blick auf lichtsignalgeregelter Straßenabschnitte also ein klares Verständnis der grundlegenden, stochastischen und verkehrlichen Zusammenhänge. Gerade in Bezug auf die Interpretation der Schätzergebnisse in Kapitel 5 konnten dadurch für alle wesentlichen Effekte stimmige Erklärungen gefunden werden.

Überhaupt haben die umfangreichen Analysen aus Kapitel 5 gezeigt, dass mit dem neuen Verfahren bereits bei niedrigen Abdeckungsgraden sehr gute Ergebnisse erzielt werden können. Dennoch soll bemerkt werden, dass dies mit Blick auf die untersuchten Parameterkonstellationen stets unter der Voraussetzung eines Basisaggregationsintervalls von mindestens 3600 Zeitschritten ( $\sim 1\text{h}$ ) gilt, wenngleich höhere Abdeckungsgrade in der Zukunft auch bei kürzeren Aggregationsintervallen gute Resultate vermuten lassen. Setzt man jedoch gegenwärtig realistische Abdeckungsgrade voraus, so ist eine zeitaktuelle Erfassung der Rückstaulänge von Umlauf zu Umlauf und somit beispielsweise eine kurzfristig verkehrsadaptive LSA-Steuerung mit dem neuen Verfahren derzeit nicht möglich. Für die Erstellung optimaler Festzeitsteuerungen<sup>1</sup> oder zur allgemeinen Qualitätsüberwachung des Verkehrs und der Signalpläne in Bezug auf mittel- und langfristige Effekte sind die erzielten Schätzergebnisse unter dem Vorbehalt, dass sie sich unter Realbedingungen bestätigen, allerdings hervorragend geeignet.

Insbesondere die Tatsache, dass mit dem neuen Verfahren zumindest unter Laborbedingungen Tagesgänge der Rückstaulänge in hoher Qualität erfasst werden können (s. Abschnitt 5.4), lässt in diesem Zusammenhang eine Anwendung auf Realdaten sinnvoll und erfolgversprechend erscheinen. Interessant ist, dass sich dabei offenbar sogar der einfachere Ansatz aus Abschnitt 5.1 ohne Berücksichtigung instationärer Verkehrsdichteprofile (vgl. Abschnitt 5.3) als der bessere herausstellt.

Viel wichtiger als die Instationaritätsproblematik ist allerdings, dass im Sinne der verallgemeinerten Maximum-Likelihood-Schätzung, die den algorithmischen Kern des neuen Rückstaulängenschätzers ausmacht, eine Datenfusion möglich ist, bei der in äußerst flexibler Weise relevantes Zusatzwissen über die jeweilige Verkehrslage integriert werden kann. Die bisherigen, durchaus effektiven Ansätze bei der Festlegung der entsprechenden a-priori-Gewichte  $w_q$  (vgl. Abschnitt 5.2.3) waren jedoch zumeist sehr einfach. Zukünftige Forschungen sollten sich daher mit der Optimierung der  $w_q$  in Abhängigkeit der jeweils verfügbaren Zusatzinformationen beschäftigen.

Darüber hinaus bleiben sogenannte Spillback-Effekte im Stauverhalten aufgrund der isolierten Betrachtung einzelner Straßenabschnitte im Rahmen der vorliegenden Arbeit zunächst unbeachtet. Inwieweit eine entsprechende Reduzierung des Abflusses aufgrund von Überstauungen des jeweils nachgelagerten Straßenabschnitts möglicherweise durch virtuell verkürzte Grünzeiten an der betroffenen Lichtsignalanlage oder auf andere Weise berücksichtigt werden kann, ist ebenfalls Bestandteil zukünftiger Untersuchungen. Vor allem der Einfluss der ausgeprägten Netzstruktur im urbanen Straßenverkehr muss, wenn auch nicht im Rahmen der vorliegenden Arbeit, in diesem Zusammenhang noch detaillierter analysiert werden.

---

<sup>1</sup>Dies schließt selbstverständlich die Erstellung optimaler Rahmenschaltpläne für herkömmliche, verkehrsadaptive Verfahren oder für moderne LSA-Netzsteuerungsverfahren ein.



**Teil II.**

**Praktischer Teil**



## 7 Rahmenbedingungen

In Kapitel 5 wurde das im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Verfahren zur Rückstaulängenschätzung an Lichtsignalanlagen bereits sehr erfolgreich einer umfassenden, simulationsbasierten Analyse unterzogen (vgl. auch Kapitel 6). Insbesondere haben die Simulationsergebnisse gezeigt, dass mit dem neuen Ansatz auch unter realistischen Randbedingungen wie schwankender Verkehrsnachfrage oder niedrigem FCD-Abdeckungsgrad prinzipiell sehr gute Ergebnisse beobachtet werden können.

Dennoch bleibt zu klären, inwieweit sich die dabei erzielten Resultate auch auf die Realität übertragen lassen, da selbst sehr detaillierte Simulationen bekanntlich nie vollständig die Wirklichkeit abbilden, sodass zusätzliche Fehlerquellen und Störeinflüsse nicht ausgeschlossen werden können (vgl. [Fri97]). Dies gilt umso mehr, als dass mit dem deterministischen Nagel-Schreckenberg Modell (s. Abschnitt 2.1) bisher ein sehr einfaches Verkehrsflussmodell verwendet wurde. Hinzu kommt, dass potentielle Fehler in der Erfassung der benötigten Verkehrsdaten, d.h. vor allem der erforderlichen Floating-Car-Positionen im theoretischen Teil I der vorliegenden Arbeit der Einfachheit halber ignoriert wurden.

Der folgende Abschnitt 7.1 beschäftigt sich daher in einem kurzen Überblick zunächst mit dem konkreten Prozess der Generierung von Floating-Car-Daten, wie er den praktischen Untersuchungen im weiteren Verlauf zugrundeliegt. Anschließend kann in den Kapiteln 8 bis 10 anhand von zwei ausgewählten Testkreuzungen (vgl. Abschnitt 7.2) das tatsächliche Potential des neuen Rückstaulängenschätzers aufbauend auf den bisherigen Ergebnissen (s. Teil I) näher analysiert und bewertet werden.

### 7.1 Der Prozess der Verkehrsdatenerfassung

Die Gewinnung von Floating-Car-Daten ist in der Regel ein komplexer Prozess, der mehrere Hardware- und Software-Komponenten umfasst. Die nachfolgende Beschreibung beschränkt sich dabei auf das am Institut für Verkehrssystemtechnik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) betriebene Taxi-FCD-System, welches die Daten für die praktischen Untersuchungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit geliefert hat<sup>1</sup>. Abbildung 7-1 zeigt schematisch den Aufbau und den Informationsfluss zwischen den einzelnen Systembausteinen (vgl. [BLM<sup>+</sup>07, BPW07, STB<sup>+</sup>02]).

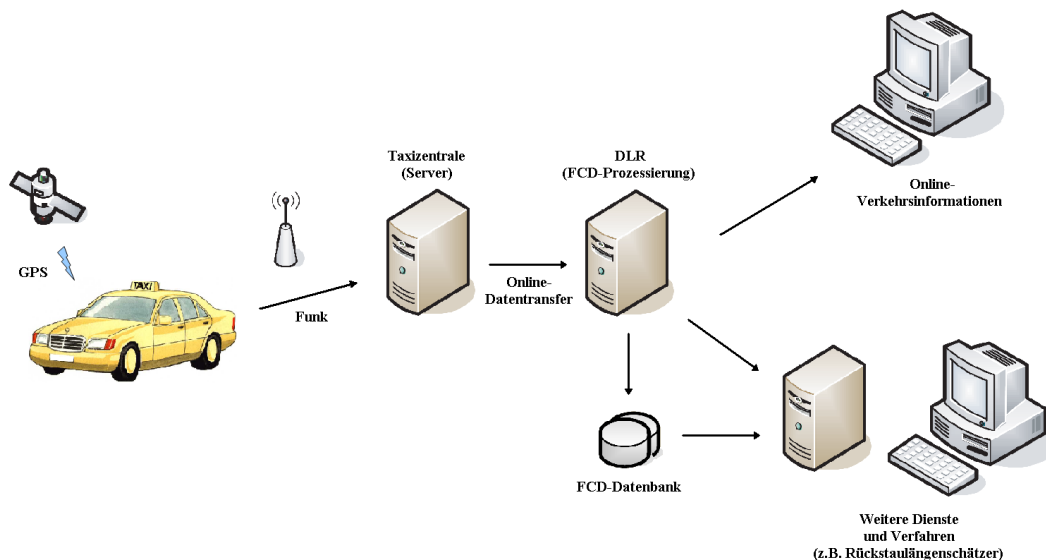
Grundlage der gesamten Prozesskette ist die fahrzeugseitige, dezentrale Positionserfassung der verfügbaren Floating Cars mittels GPS (vgl. Abschnitt 7.1.1). Ergänzt um einen entsprechenden Zeitstempel, eine Fahrzeugidentifikationsnummer und gegebenenfalls weitere Informationen wie der jeweils aktuellen Geschwindigkeit werden die auf diese Weise bestimmten Geokoordinaten dabei in Abständen zwischen etwa 10 bis 120 Sekunden automatisch per Funk an eine Zentrale gesendet (s. [BLM<sup>+</sup>07]), wo die Daten aller Fahrzeuge zusammenlaufen.

Die Verwendung von Taxis als Datenlieferanten hat dabei mehrere Gründe. Zum einen werden in vielen Taxizentralen im Rahmen eines Flottenmanagements ohnehin kontinuierlich die aktuellen Positionen der verfügbaren Taxis verfolgt, sodass für den ersten Block der Prozesskette keine weitere Hardware erforderlich ist und auch sonst keine zusätzlichen Betriebskosten anfallen. Zum anderen verspricht die hohe Fahrleistung von Taxis bereits bei einer vergleichsweise geringen Anzahl ausgestatteter Fahrzeuge eine hinreichende Basisversorgung mit Floating-Car-Daten.

Um die erfassten GPS-Positionen für das Verkehrsmanagement nutzbar zu machen, sind allerdings noch weitere Schritte notwendig. Hierzu gehört insbesondere das sogenannte Map-

---

<sup>1</sup>Ein jeweils kurzer Gesamtüberblick zu fahrzeuggenerierten Daten allgemein, der auch Aspekte wie alternative Ortungstechnologien, ÖV- bzw. MIV-FCD oder XFCD (vgl. Glossar) abdeckt, findet sich beispielsweise in [Bun06, For03b].



**Abbildung 7-1:** Aufbau des verwendeten FCD-Systems.

Matching (s. Abschnitt 7.1.2), bei dem die übermittelten Geokoordinaten mit Hilfe eines geeigneten Algorithmus auf eine digitale Karte projiziert werden, die ihrerseits als Grundlage für die Verkehrslageberechnung und -darstellung dient. Im Ergebnis liefert das Taxi-FCD-System des DLR gegenwärtig Reisezeiten und durchschnittliche Geschwindigkeiten für die einzelnen Kanten des jeweils betrachteten Verkehrsnetzes (vgl. [BLM<sup>+</sup>07, BPW07, STB<sup>+</sup>02]), wobei die Resultate neben der unmittelbaren Verwendung für diverse Verkehrsinformations- sowie weitere Dienste persistent in einer entsprechenden Datenbank archiviert werden.

Darüber hinaus stehen in derselben Datenbank die ursprünglich beobachteten Geokoordinaten nach der FCD-Prozessierung mit einer Auflösung von 1 Meter in „gematchter“ Form als Positionen auf der digitalen Karte dauerhaft zur Verfügung. Insbesondere diese Informationen bilden die Datengrundlage für die praktischen Untersuchungen im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit (s. Kapitel 8 und 9). Zuvor sei jedoch kurz noch einmal etwas detaillierter auf die zwei wesentlichen, algorithmischen Komponenten des beschriebenen FCD-Systems eingegangen.

### 7.1.1 GPS-Ortung

Wie schon beschrieben, spielt die sogenannte GPS-Ortung bei der Gewinnung von Floating-Car-Daten eine zentrale Rolle. Das im Jahr 1995 von den USA offiziell in Betrieb genommene GPS – eigentlich NAVSTAR-GPS (Navigational Satellite Timing and Ranging - Global Positioning System) – dient dabei der weltweiten, satellitengestützten Positionsbestimmung (vgl. [EIR06, Wik10]). Dazu kreisen permanent etwa 25 bis 30 spezielle Navigationssatelliten auf insgesamt 6 verschiedenen Umlaufbahnen um die Erde, die in Form von Radiosignalen kontinuierlich ihre jeweils aktuelle Position sowie die genaue Uhrzeit senden. Mittels eines GPS-Empfängers kann dann aus den unterschiedlichen Laufzeiten von mindestens vier Satellitensignalen die jeweils aktuelle Position des Empfängers berechnet werden<sup>2</sup>.

Aufgrund sehr unterschiedlicher Ursachen kann es dabei jedoch zu kleineren Fehlern bei der Ortsbestimmung kommen, sodass unter normalen Bedingungen gegenwärtig eine Ortungsgenauigkeit zwischen 10 und 20 Metern erreicht wird. Zu den Fehlerquellen gehören unter anderem atmosphärische Effekte, die sich in minimal variierenden Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Satellitensignale und somit in leicht verfälschten Signallaufzeiten äußern. Hinzu kommen

<sup>2</sup>Eine ausführliche Einführung zum Thema GPS findet sich unter anderem in [EIR06].

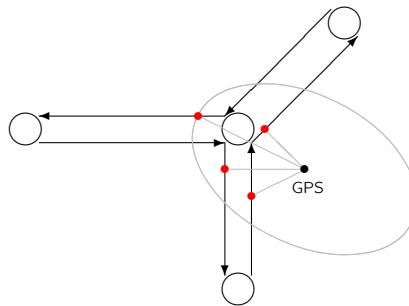
kleine Schankungen in den Satellitenumlaufbahnen aufgrund unterschiedlicher Gravitationseffekte sowie Ungenauigkeiten bei der Zeitmessung und Rundungsfehler. Darüber hinaus spielen geometrische Aspekte wie die jeweils spezielle Stellung der Satelliten zueinander sowie der sogenannte Mehrwegeeffekt (vgl. Glossar) eine Rolle. Eine Auflistung möglicher Fehler mit kurzen Erläuterungen findet sich ansonsten in [Kri08]. Für eine ausführlichere Diskussion sei ferner beispielsweise auf das Buch [EIR06] verwiesen.

### 7.1.2 Map-Matching

Mit Blick auf die Anwendung der soeben beschriebenen GPS-Technologie im Verkehrsmanagement ist es offensichtlich, dass die zunächst in Form von üblichen Geokoordinaten vorliegenden GPS-Positionen insbesondere mit Informationen über das zugrundeliegende Verkehrsnetz verknüpft werden müssen. Insbesondere wenn Entfernungen zwischen einzelnen GPS-Punkten ermittelt werden sollen, besteht ein wesentlicher Unterschied zwischen dem unmittelbar berechenbaren Luftlinienabstand und der tatsächlichen zu fahrenden Strecke, für deren Bestimmung entsprechendes Zusatzwissen zwingend erforderlich ist. Hinzu kommt, dass die mittels GPS gemessenen Geokoordinaten aufgrund der in Abschnitt 7.1.1 beschriebenen Ortungsungenauigkeit häufig neben der eigentlichen Straße bzw. Fahrspur liegen, sodass außerdem eine Zuordnung zwischen den beobachteten GPS-Positionen und den Knoten bzw. Kanten des Verkehrsnetzes sowie gegebenenfalls eine genaue Lokalisierung auf der jeweiligen Kante erforderlich sind.

Hierin besteht die zentrale Aufgabe des Map-Matchings, wobei eine digitale Karte als abstraktes Abbild der realen Netzinfrastruktur zum Einsatz kommt<sup>3</sup>. Je nach Verfahren und in Abhängigkeit von der Qualität des verwendeten Kartenmaterials ist schließlich sogar eine nachträgliche Verbesserung der Positionsbestimmung möglich, indem ungenaue GPS-Positionen durch Projektion auf das verfügbare Verkehrsnetz letztlich korrigiert werden.

Dass dies jedoch keineswegs trivial ist, zeigt die Tatsache, dass es inzwischen mindestens 35 verschiedene Map-Matching-Algorithmen gibt, die sich nach geometrischen, topologischen, probabilistischen bzw. anderen fortschrittlichen Methoden gruppieren lassen (vgl. [QON07]). Abbildung 7-2 zeigt an einem einfachen Beispiel die grundlegende Problematik beim Map-Matching.



**Abbildung 7-2:** Grundlegende Problematik des Map-Matchings.

Offensichtlich kommen hierbei mehrere Punkte des zugrundeliegenden Verkehrsnetzes als tatsächliche Positionen in Frage, zumal sogar mehrere Kanten mit unterschiedlichen Fahrtrichtungen innerhalb des Fehleradius der GPS-Ortung liegen. Gerade im urbanen Kontext ergeben sich daraus wegen teilweise sehr engmaschiger Verkehrsnetze wesentliche Schwierigkeiten. Der folgende Absatz beschreibt daher in Grundzügen den gegenwärtig im Taxi-FCD-System des DLR

<sup>3</sup>Eine digitale Karte besteht im Normalfall aus einer Sammlung von Knoten und Kanten, die jeweils mit Zusatzinformationen über Geo-Position, Spuranzahl, Geschwindigkeitsbegrenzung, Fahrtrichtung, etc. verknüpft sind. Aus mathematischer Sicht kann eine digitale Karte unter anderem als (gerichteter) Graph interpretiert werden, was insbesondere für das Auffinden kürzester oder schnellster Wege von großem Vorteil ist.

eingesetzten Map-Matching-Algorithmus, der unter anderem genau auf diese Problematik zugeschnitten ist<sup>4</sup>.

Die Kernidee des Verfahrens ist dabei, nicht nur einzelne GPS-Punkte auf die digitale Karte zu projizieren, sondern vollständige Routen zu „matchen“. Hierzu werden die eintreffenden Daten anhand der mitgelieferten Fahrzeugidentifizierungsnummern zunächst gefiltert und zu sogenannten Trajektorien, d.h. chronologischen, aus mindestens zwei Datenpunkten bestehenden Auflistungen der GPS-Positionen für jedes einzelne Floating Car zusammengesetzt. Beachtet man, dass gemäß den Vorbemerkungen für jeden Datenpunkt dieser Trajektorien prinzipiell mehrere Map-Matching-Ergebnisse möglich sind, so ergibt sich im nächsten Schritt folglich formal eine Vielzahl an potentiellen Kombinationen von „gematchten“ Ortspunkten, die das jeweilige Fahrzeug abgefahren sein könnte. Indem für jede dieser Kombinationen die entsprechenden Positionen mittels eines geeigneten Routingalgorithmus (vgl. z.B. [Dij59]) zu vollständigen Routen verbunden werden (vgl. Glossar), lässt sich dann aber jedem Kandidaten eine virtuelle Reisezeit zuordnen. Dabei ist zu beachten, dass diese Reisezeit in der aktuellen Implementierung des Verfahrens neben statischen Parametern zwar insbesondere auch auf momentanen und historischen Verkehrszuständen beruht, dass sie aber selbstverständlich nicht mit der tatsächlich gemessenen Reisezeit übereinstimmen muss, die sich aus der Differenz der Zeitstempel der Originaldaten ergibt. Über einen Vergleich der virtuellen Reisezeiten aller genannten Kombinationen von potentiellen Ortspunkten ist schließlich allerdings eine Bestimmung der wahrscheinlichsten, d.h. in diesem Fall reisezeitminimalen Route möglich, die letztlich das Map-Matching-Ergebnis festlegt. Selbstverständlich kann man sich fragen, inwieweit ein derart aufwändiges Verfahren zum Map-Matching nötig ist. Der wesentliche Vorteil liegt allerdings darin, dass durch die systematische Berücksichtigung von Trajektorien und Routen unplausible Abfolgen von „gematchten“ Positionen sowie scheinbare Umwege, die sich aus der Zuordnung einer GPS-Position zu einer falschen Netzkante oder einer falschen Fahrtrichtung ergeben würden, effektiv vermieden werden. Der umfangreiche Einsatz in zahlreichen Forschungsprojekten des DLR belegt dabei den praktischen Nutzen des beschriebenen Verfahrens.

## 7.2 Festlegung des Untersuchungsgebietes

Ziel der folgenden Kapitel ist die Evaluation des im theoretischen Teil I der vorliegenden Arbeit entwickelten Rückstaulängenschätzers auf Basis realer Floating-Car-Daten. Entscheidend hierfür ist daher im Folgenden die Festlegung eines geeigneten Untersuchungsgebietes, wobei mehrere Kriterien eine Rolle spielen.

Insbesondere die ausreichende Verfügbarkeit von Verkehrsdaten ist in diesem Zusammenhang von zentraler Bedeutung. Darüber hinaus sollten an den zu untersuchenden Testkreuzungen idealerweise wesentliche, tageszeitliche Schwankungen der Verkehrsnachfrage mit der Folge nicht-trivialer Rückstaulängenganglinien auftreten. Zugleich sollte jedoch im Rahmen der ersten Praxistests eine unnötige Komplexität unter anderem durch Wahl relativ einfacher Kreuzungsgeometrien möglichst vermieden werden. Wichtig ist es zudem, eine Möglichkeit zu finden, die Ergebnisse des neuen Verfahrens mit geeigneten Referenzdaten zu vergleichen. Gerade dieser Punkt stellt sich allerdings als äußerst schwierig heraus, da konkrete Rückstaulängenmessungen über einen hinreichend langen Zeitraum in der Regel nicht verfügbar sind. Zumindest für den südlichen Zuflussarm der weiter unten definierten Testkreuzung 2 konnten aber aufgrund der in diesem Fall bekannten Verkehrsnachfrage simulationsbasierte Rückstaulängen als Referenz herangezogen werden (s. Abschnitt 9.2).

Mit Blick auf die genannten Kriterien bot sich dabei für die weiteren Untersuchungen schließ-

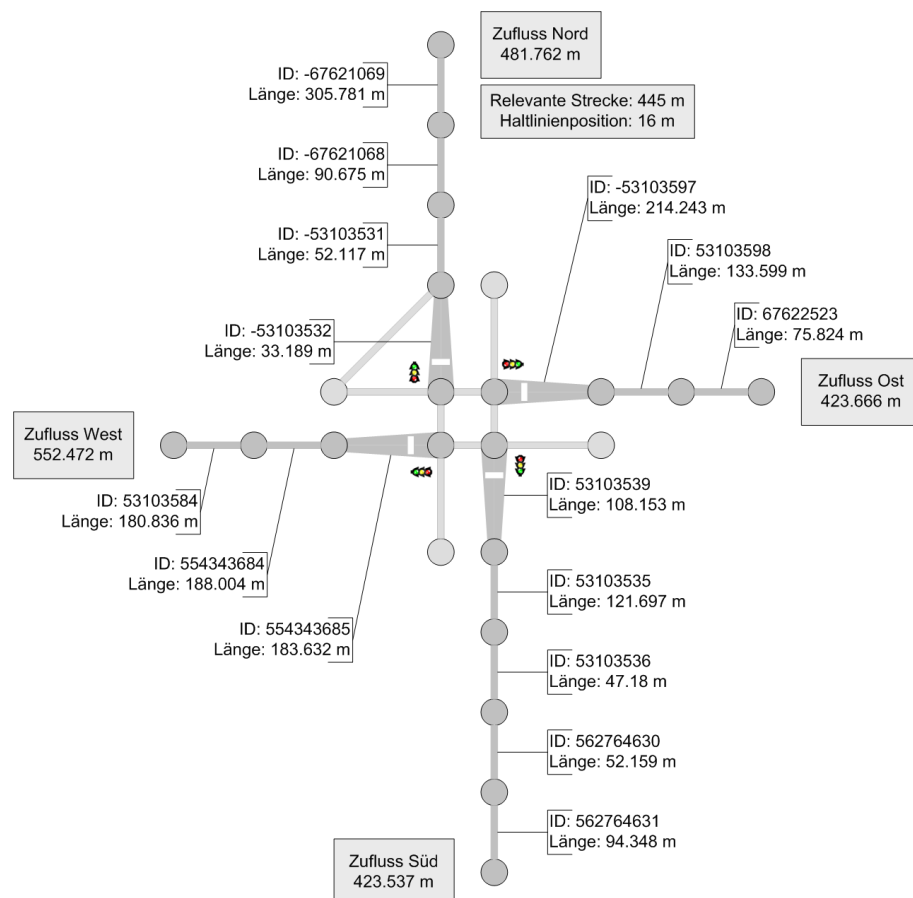
---

<sup>4</sup>Einen kurzen Gesamtüberblick zum Thema Map-Matching mit ausführlichen Hinweisen auf weiterführende Literatur liefert ansonsten beispielsweise [QON07].

lich die Stadt Nürnberg an. Zum einen umfasst das Taxi-FCD-System des DLR hier rund 500 Floating Cars verteilt auf ein Stadtgebiet von insgesamt 186 km<sup>2</sup> und liefert somit ein zum gegenwärtigen Zeitpunkt vergleichsweise gutes Verhältnis zwischen FCD-Flottengröße und räumlicher Ausdehnung des Untersuchungsgebietes. Zum anderen übermitteln die Taxis anders als in anderen Städten zusätzliche Informationen über ihre jeweils aktuellen Geschwindigkeiten, was vor allem hinsichtlich einer Datenfusion interessant ist.

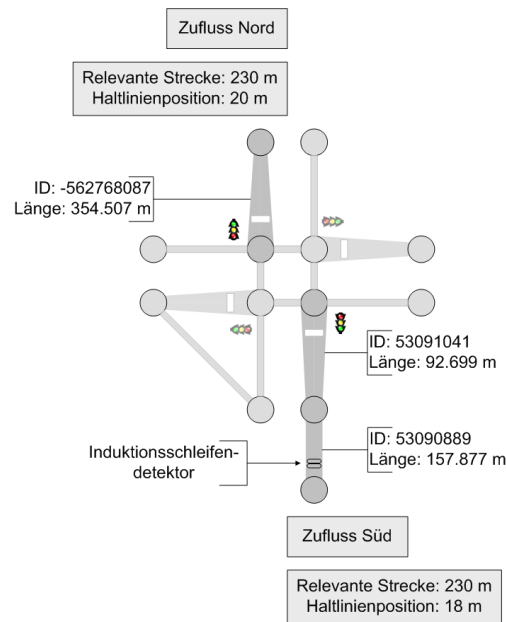
Ansonsten ist Nürnberg mit etwa 500 000 Einwohnern und eigenem Flughafen eine mittlere Großstadt und Oberzentrum der Region (vgl. [Wik10]), was unter anderem zu entsprechenden Pendlerströmen mit signifikanten, tageszeitlichen Schwankungen der Verkehrsnachfrage auf den Ausfallstraßen führt, sodass zumindest hier deutliche Verkehrsspitzen bei der Rückstaulänge zu erwarten sind. Darüber hinaus besitzt Nürnberg im Umfeld des Messegeländes, dem sogenannten VLS-Gebiet südöstlich des Stadtzentrums ein umfangreiches Verkehrsleitsystem mit zahlreichen Verkehrsdetektoren, deren Daten aus einem früheren Projekt des DLR ebenfalls zur Verfügung standen. Insbesondere für die weiter unten definierte Testkreuzung 2 konnten so wichtige Verkehrsstärkeinformationen sowohl zu Datenfusionszwecken als auch zur Gewinnung der bereits angesprochenen, simulierten Referenzrückstaulängen sowie zur Abschätzung des realen FCD-Abdeckungsgrades (s. Abschnitt 9.2) verwendet werden.

Die Abbildungen 7-3 und 7-4 zeigen als Auszug aus der verwendeten digitalen Karte mit Kanten-IDs und Kantenlängen jeweils eine schematische Darstellung der im Folgenden näher untersuchten Knotenpunkte des Nürnberger Straßennetzes. In beiden Fällen handelt es sich um mittelgroße Kreuzungen auf dem Innenstadtring.



**Abbildung 7-3:** Schematische Darstellung der Testkreuzung 1.  
(B4/Nordring, Nürnberg)

Genauer liegt die erste Testkreuzung (B4/Nordring) auf einer der beiden Hauptrouten zwischen Innenstadt und Flughafen und lässt somit aufgrund eines hohen Taxi-Anteils eine vergleichsweise gute FCD-Abdeckung erwarten. Die zweite Testkreuzung (Bayernstr./Münchener Str.) hingegen markiert den Schnittpunkt einer wichtigen Ausfallstraße, die das innerstädtische Netz im Süden Nürnbergs an die Autobahn A73 anbindet, mit dem Innenstadtring. Gerade in der detailliert untersuchten Nord-Süd-Richtung treten hier nachgewiesenermaßen deutliche, tageszeitliche Schwankungen der Verkehrsnachfrage mit hohen Verkehrsbelastungen während der Spitzenzeiten auf (vgl. Abschnitt 9.2, s. auch Abbildung 5-16).



**Abbildung 7-4:** Schematische Darstellung der Testkreuzung 2.  
(Bayernstr./Münchener Str., Nürnberg)

Es sei nur kurz darauf hingewiesen, dass zur Anwendung des neu entwickelten Rückstaulängenschätzers selbstverständlich der für die Datenauswertung jeweils relevante Bereich der betrachteten Kreuzungszufussarme näher festzulegen ist (vgl. Abb. 7-3 und 7-4). Die Schätzung der Haltlinienposition sowie die Bestimmung der Länge des zu berücksichtigenden Streckenabschnitts kann dabei im Regelfall auf Basis der erfassten Floating-Car-Daten selbst erfolgen. Eine kurze Beschreibung des Vorgehens hierzu findet sich im Abschnitt 8.2 des nachfolgenden Kapitels im Rahmen der Analyse der räumlichen Verteilung der beobachteten Datenpunkte am Beispiel der Testkreuzung 1.

Abschließend sei allerdings noch auf die Festlegung des Untersuchungszeitraums vom 1.6.2007 bis 31.8.2007 hingewiesen. Die Dauer von 3 Monaten dient hierbei unter anderem dazu, auch bei sehr niedrigen FCD-Abdeckungen eine hinreichende Anzahl an Datenpunkten zu gewährleisten. Darüber hinaus ist zu bemerken, dass mit dem gewählten Zeitraum zusätzlich zu den weitestgehend „normalen“ Monaten Juni und Juli auch der Sommerferienmonat August<sup>5</sup> abgedeckt ist. Dadurch können mit dem in Kapitel 5 beschriebenen, neuen Verfahren letztlich auch saisonale Effekte bei den Rückstaulängen untersucht bzw. nachgewiesen werden (s. Abschnitt 9.2.2).

<sup>5</sup>Der genaue Beginn der Sommerferien im hier betrachteten Fall ist der 30.7.2007.



## 8 Rückstaulängenschätzung mit Realdaten

Offensichtlich bilden die im vorangegangenen Kapitel 7 beschriebenen Rahmenbedingungen im Zuge der vorliegenden Arbeit eine wesentliche Voraussetzung für den praktischen Einsatz des neu entwickelten Verfahrens zur Rückstaulängenschätzung an Lichtsignalanlagen. Dennoch sind bei der Verwendung von Realdaten einzelne, zusätzliche Aspekte zu beachten, die insbesondere in den nachfolgenden Abschnitten 8.1 und 8.2 diskutiert werden.

Dabei geht es in erster Linie um die Berücksichtigung potentieller Fehlerquellen, die in den simulationsgebundenen Analysen (s. Kapitel 5) aufgrund idealisierter Bedingungen bisher ausgeschlossen waren. Wie bereits in Abschnitt 7.2 erwähnt, ergibt sich daraus im realen Kontext vor allem die Notwendigkeit, den für die Auswertung relevanten Streckenabschnitt für jeden untersuchten Kreuzungszuflussarm individuell geeignet festzulegen. Ein einfaches, datengetriebenes Vorgehen hierzu soll neben einigen weiteren Beobachtungen in Abschnitt 8.2 kurz erläutert werden.

Basierend auf den Ergebnissen beschäftigt sich der Abschnitt 8.3 schließlich mit der tatsächlichen Rückstaulängenschätzung unter Verwendung realer Floating-Car-Daten am Beispiel des nördlichen Zuflussarms der in Abschnitt 7.2 definierten Testkreuzung 1.

### 8.1 Potentielle Fehlerquellen

Bereits im Abschnitt 7.1 wurde auf mögliche Fehler bei der Erfassung der benötigten Floating-Car-Daten hingewiesen. Insbesondere die diskutierte GPS-Ungenauigkeit ist zu nennen. Hinzu kommen die potentiell auftretenden Schwierigkeiten beim Map-Matching, wenn sich gemessene Geokoordinaten – möglicherweise auch aufgrund ungenauen digitalen Kartenmaterials – nicht eindeutig auf das zugrundeliegende Straßennetz projizieren lassen.

Ferner ist zu beachten, dass im Rahmen der vorliegenden Arbeit entsprechend Kapitel 7 ausschließlich Floating-Car-Daten von Taxis verwendet werden. Gerade wo diese beispielsweise spezielle Sonderfahrspuren nutzen oder wo das Fahrverhalten von Taxifahrern signifikant von dem normaler Verkehrsteilnehmer abweicht, ist unter Umständen nicht mit für den Gesamtverkehr repräsentativen Ergebnissen zu rechnen. Bisherige Beobachtungen haben aber gezeigt, dass Taxis dennoch in den meisten Fällen als zuverlässige Datenquelle zur allgemeinen Erfassung von Verkehrszuständen eingesetzt werden können (vgl. [BPW07, Kör09]).

Mit Blick auf das konkrete Verfahren zur Rückstaulängenschätzung (s. Abschnitt 5.1) sind weiterhin einige Implikationen zu berücksichtigen, die sich aus dem verwendeten Verkehrsmodell ergeben. Insbesondere bleibt zu klären, inwieweit das sehr einfache, deterministische Nagel-Schreckenberg Modell (s. Abschnitt 2.1) in Kombination mit dem daraus abgeleiteten Warteschlangenmodell (s. Kapitel 4) genau genug ist, um auch unter Realbedingungen eine adäquate Rückstaulängenschätzung zu ermöglichen.

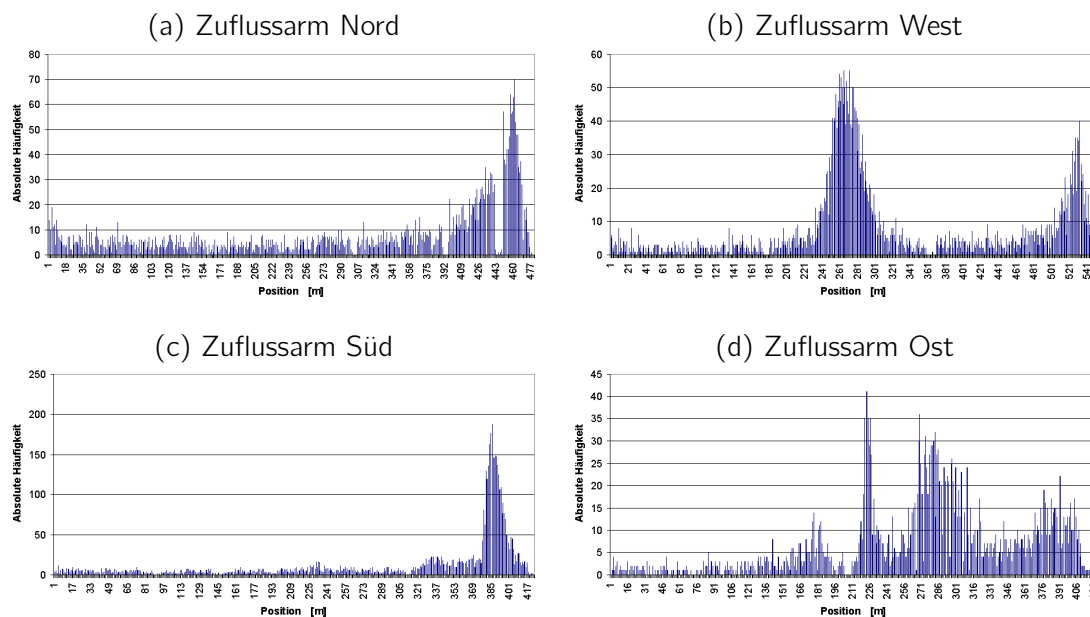
Gleichzeitig tritt in diesem Zusammenhang das Problem der Kalibrierung auf. Gerade die Grün- und Rotzeiten lassen sich, da sie im Rahmen der vorliegenden Arbeit als zeitlich konstante Werte modelliert sind, wegen in der Realität tageszeitlich wechselnder Signalprogramme oder verkehrsabhängiger Steuerungsansätze häufig nur grob fixieren, sofern sie überhaupt bekannt sind. Ein weiterer, wichtiger Parameter ist schließlich die Maximalgeschwindigkeit. Sie bestimmt maßgeblich die Verkehrsdichte im freien Verkehr, welche bei gegebener Verkehrsnachfrage bisher grundsätzlich als konstant angenommen wurde (vgl. Abschnitt 3.1.3 bzw. 4.3). Für die zu untersuchenden Knotenpunkte bedeutet dies konkret, dass zumindest in dem letztlich relevanten Streckenbereich eine einheitliche Geschwindigkeitsbegrenzung gegeben sein muss.

Überhaupt sollte für die Rückstaulängenschätzung ausgehend von der Haltelinie eine Beschränkung auf ein möglichst störungsfreies Teilstück des jeweiligen Kreuzungszuflussarms vorgenom-

men werden. Vorgelagerte Kreuzungen oder Einmündungen, gegebenenfalls auch vielgenutzte Einfahrten sollten vermieden werden, indem der relevante Streckenbereich entsprechend vorher abgeschnitten wird. Gerade bei kurzen Netzkanten mit nah beieinander liegenden Knoten kann dies im Einzelfall allerdings dazu führen, dass die für die Auswertung nutzbaren, verbleibenden Streckenabschnitte nicht mehr ausreichend lang sind. Erste Tests des neuen Verfahrens im Rahmen eines bereits abgeschlossenen DLR-Projekts haben in diesem Zusammenhang gezeigt, dass für vernünftige Ergebnisse grob ein relevanter, ungestörter Streckenabschnitt von (mindestens) 100 m erforderlich ist (vgl. [Deu09]). Im Fall der beiden in Abschnitt 7.2 ausgewählten Testkreuzungen, d.h. genauer bei den ausgewählten Zuflussarmen sind die entsprechenden Werte mit zweimal 230 m bzw. einmal 445 m (vgl. Abb. 7-3 bzw. 7-4) somit aber hinreichend groß.

## 8.2 Verteilung realer Floating-Car-Daten

Ziel ist es im Folgenden, eine einfache, graphische Methode zu beschreiben, mit der die Bestimmung der jeweils relevanten Streckenabschnitte allein auf Basis vorhandener Daten sehr leicht manuell vorgenommen werden kann. Hierzu betrachtet man für jeden Zuflussarm die räumliche Verteilung der beobachteten Floating-Car-Daten über einen längeren Zeitraum, der im Rahmen der vorliegenden Arbeit das gesamte Untersuchungsintervall von 3 Monaten umfasst (vgl. Abschnitt 7.2). Es ergeben sich entsprechende Histogramme, an denen metergenau abzulesen ist, wie oft an den einzelnen Stellen im Zufluss Floating Cars registriert wurden (vgl. Abb. 8-1).



**Abbildung 8-1:** Räumliche Verteilung der gemessenen Floating-Car-Daten.  
(Testkreuzung 1 – 1.6.2007 bis 31.8.2007)

Im Normalfall sollte die dargestellte Verteilung dann jeweils zumindest in einzelnen Teilbereichen an die stationären Dichteprofile aus Abschnitt 4.3 erinnern. Insbesondere sollte nahe dem rechten Rand eine signifikante Häufung von Datenpunkten erkennbar sein, die in Übereinstimmung mit den theoretischen Überlegungen im Teil I der Arbeit auf die Lichtsignalanlage am untersuchten Knotenpunkt zurückzuführen ist. Folglich kann angenommen werden, dass das entsprechende (lokale) Maximum des betrachteten Histogramms grob die Position der Haltelinie markiert. Für den nördlichen Zuflussarm der Testkreuzung 1 (B4/Nordring) liest man beispielsweise mit 16 m eine ungefähre Entfernung vom stromabwärtigen Ende des Zuflussarms ab (vgl. Abb. 8-1a), die

sich gut mit Satellitenaufnahmen<sup>1</sup> der Kreuzung deckt.

Stromaufwärts der so lokalisierten Haltelinie ist nun gemäß den Vorüberlegungen im Regelfall ein gleichmäßiger Abfall der Häufigkeiten zu erwarten, bis sich abgesehen vom stochastischen Rauschen ein konstantes Niveau einstellt, das auf einen Bereich dauerhaft freien Verkehrs hindeutet (vgl. Abschnitt 4.3). Das Ende des für die Rückstaulängenschätzung relevanten Streckenabschnitts sollte schließlich dort gesetzt werden, wo ausgehend von der Haltelinie erstmals signifikante Abweichungen gegenüber diesem „Standardverlauf“ der Häufigkeiten auftreten. Grund für derartige Abweichungen können dabei unter anderem vorgelagerte Kreuzungen oder Einmündungen, aber auch andere Einflüsse sein, wie die weiteren Ausführungen noch zeigen werden. Im Fall des nördlichen Zuflussarms der Testkreuzung 1 ergibt sich aus der Betrachtung des Histogramms in Abbildung 8-1a jedenfalls eine Länge von 445 m für den relevanten Streckenbereich. Lediglich einige wenige Datenpunkte am linken Rand, die durch einen vorgelagerten, signalisierten Knotenpunkt beeinflusst sind, werden mit Blick auf die Rückstaulängenschätzung (s. Abschnitt 8.3) ignoriert<sup>2</sup>.

Insbesondere bei Betrachtung der anderen Zuflussarme (vgl. Abb. 8-1b bis d) beschränkt sich der Nutzen der beschriebenen Histogramme allerdings nicht nur auf die Festlegung der für die Rückstaulängenschätzung relevanten Streckenbereiche. Vielmehr lassen sich interessante, zusätzliche Beobachtungen machen, die unter Umständen frühzeitig auf potentielle Probleme oder Datenfehler hinweisen können.

Der Zuflussarm West (s. Abb. 8-1b) zeigt dabei zunächst ein vergleichsweise gutes Bild, wenn man den Bereich etwa von Position 375 m bis zum Kantenende betrachtet, sodass bei entsprechender Beschränkung des Untersuchungsbereichs mit sinnvollen Ergebnissen gerechnet werden kann. Ferner weist auch die Häufung im Bereich von 275 m wesentliche Charakteristika auf, die im Umfeld einer Lichtsignalanlage zu erwarten wären. Und in der Tat gibt es im realen Netz ganz in der Nähe eine signalisierte Einmündung, allerdings scheint sich die aus den Daten geschätzte Haltelinienposition nicht mit entsprechenden Satellitenbildern in Übereinstimmung bringen zu lassen.

Ähnliches gilt für den südlichen Zuflussarm, wobei hier deutlich ein zusätzliches Phänomen zu beobachten ist (vgl. Abb. 8-1c). Während der Abfall der Häufigkeiten rechts des Maximums bei Position 386 m relativ kontinuierlich erfolgt, ist links davon eher ein sprunghafter Anstieg zu erkennen. Entsprechend der Theorie aus Teil I der vorliegenden Arbeit wäre prinzipiell jedoch genau der umgekehrte Fall zu erwarten, zumal aus der Betrachtung von Satellitenbildern der Testkreuzung 1 und ihrer Zuflussarme keine besonderen Gründe für einen derartigen Effekt zu erkennen sind. Inwieweit Fehler beim Map-Matching, Ungenauigkeiten bei der GPS-Ortung und/oder andere Einflüsse hierfür bzw. für die im Einzelfall scheinbar fehlerhafte Lokalisierung von Haltelinien verantwortlich sind, bleibt zu klären.

Besonders interessant ist allerdings das Histogramm für den östlichen Zuflussarm der Testkreuzung 1 (s. Abb. 8-1d). Zwar lassen sich darin die Häufungen bei Position 180 m bzw. 225 m und 390 m trotz weniger stark ausgeprägter Charakteristika letztlich eindeutig auf lichtsignalgeregelte Kreuzungen zurückführen, die erhöhte Anzahl an Datenpunkten im etwa 60 m langen Bereich zwischen Position 260 m und 320 m kann auf diese Weise jedoch nicht erklärt werden.

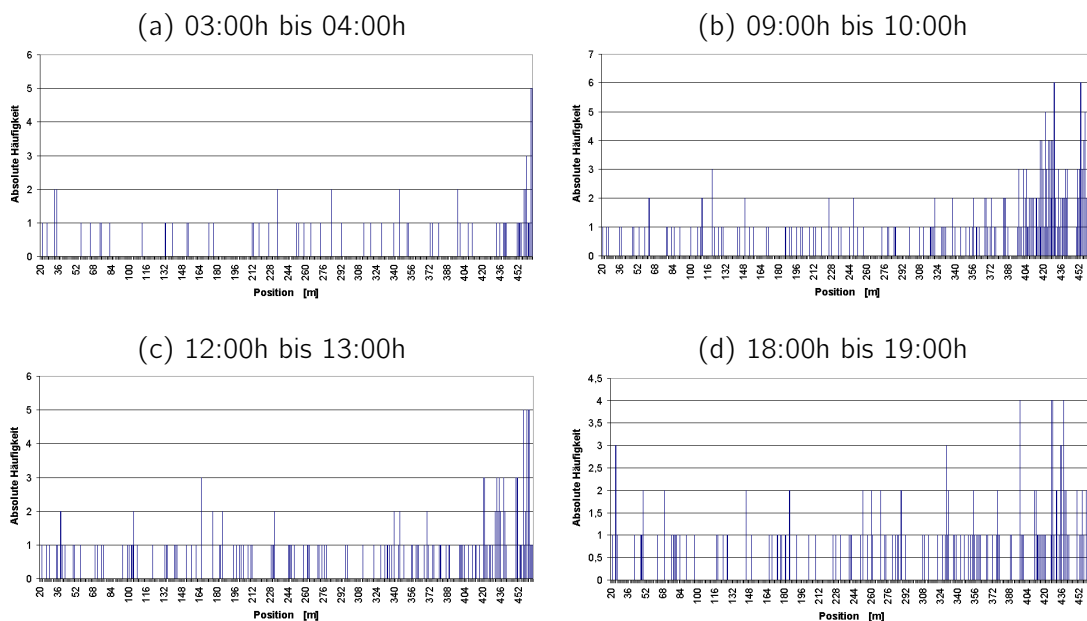
Mittels eines genauen Blicks auf ein entsprechendes Satellitenbild lässt sich aber dennoch eine plausible Ursache finden. Es zeigt sich, dass genau im genannten Bereich einerseits ein Parkstrei-

<sup>1</sup>Als Quelle für entsprechende Satellitenbilder bietet sich beispielsweise der Internetdienst Google Maps unter <http://maps.google.de> (letzter Zugriff: 23.02.2010) an.

<sup>2</sup>Die Einbrüche im Häufigkeitsprofil aus Abbildung 8-1a im Bereich der Positionen um 305 m, 395 m und 447 m sind als Artefakte des verwendeten Map-Matchings auf Zwischenknoten in der zugrundeliegenden, digitalen Karte zurückzuführen. Für die weitere Auswertung können sie glücklicherweise ohne große Nachteile vernachlässigt werden.

fen am Straßenrand vorhanden ist. Zum anderen liegt parallel zur Straße ein Parkplatz mit einer Zufahrt vom betrachteten Kreuzungsarm. Insofern überrascht es letztlich nicht, wenn beobachtete Geokoordinaten von Taxis auf dem Seitenstreifen oder auf dem Parkplatz im Rahmen des Map-Matchings fälschlicherweise dem östlichen Zuflussarm zugeordnet werden. Insbesondere die breite Ausdehnung des entsprechenden Häufungsbereichs in Abbildung 8-1d lässt sich dadurch begründen.

Nichtsdestotrotz erschwert ein solcher Effekt wegen der unklaren Unterscheidung zwischen tatsächlich gestauten Fahrzeugen und Fahrzeugen außerhalb des fließenden Verkehrs die Rückstaulängenschätzung natürlich erheblich. Auch aufgrund der anderen genannten Beobachtungen konzentrieren sich die weiteren Untersuchungen in Abschnitt 8.3 daher zunächst auf den nördlichen Zuflussarm der Testkreuzung 1, der offenbar einen weitgehend ungestörten Streckenabschnitt darstellt.



**Abbildung 8-2:** Tageszeitlich differenzierte Häufigkeitsprofile.  
(Testkreuzung 1, Zuflussarm Nord – 1.6.2007 bis 31.8.2007)

Zuvor soll jedoch kurz noch auf die zeitliche Dimension der räumlichen Verteilung der gemessenen Floating-Car-Daten eingegangen werden. Abbildung 8-2 zeigt hierzu exemplarisch nach verschiedenen Tageszeiten differenziert die entsprechenden Histogramme. Man erkennt leicht die unterschiedlich starke Häufung von Datenpunkten am rechten Rand je nach Tageszeit. Insbesondere während der Spitzenstunden vormittags und am späten Nachmittag lassen sich schon durch reine Betrachtung der Grafiken längere Rückstaus vermuten als etwa nachts oder in den Mittagsstunden. Eine detaillierte Analyse mit Hilfe des neuen Verfahrens aus Kapitel 5 ist Inhalt des folgenden Abschnitts 8.3.

### 8.3 Auswertung der Daten (Testkreuzung 1)

Wie schon erwähnt, beschränken sich die folgenden Untersuchungen aus verschiedenen Gründen zunächst auf den nördlichen Zuflussarm der in Abschnitt 7.2 definierten Testkreuzung 1. Dennoch müssen vorab noch einige allgemeine Bemerkungen gemacht werden, die zum großen Teil auch für spätere Kapitel relevant sind.

Zu erinnern ist hierbei unter anderem an die räumliche Diskretisierung im verwendeten Nagel-Schreckenberg Modell (s. Abschnitt 2.1). Um die Kompatibilität der real gemessenen Floating-

Car-Daten mit dem Modell zu gewährleisten, ist folglich ebenfalls eine Unterteilung des realen Kreuzungszuflussarms in Zellen mit einer Länge von etwa 7.5 m vorzunehmen. Die prinzipiell zwar in höherer Auflösung vorliegenden Floating-Car-Positionen werden dazu in natürlicher Weise den so entstehenden Zellen zugeordnet.

Darüber hinaus sind die übrigen Verfahrensparameter zu kalibrieren. In Annäherung an die Realität werden in diesem Zusammenhang die Werte  $v_{\max} = 54 \text{ km/h}$  (entspricht 2 Zellen pro Zeitschritt) als Maximalgeschwindigkeit sowie  $g = 50 \text{ sec}$  und  $r = 50 \text{ sec}$  als Grün- und Rotzeit eingesetzt. Insbesondere die beiden Lichtsignalparameter decken sich somit zumindest im Tagesmittel grob mit der jeweils aus tageszeitlich wechselnden Signalprogrammen bestehenden, realen Ampelsteuerung am untersuchten Knoten. Als Anpassungsparameter  $a$  wird ferner der pauschale Wert  $a = 0.8382510543$  aus Abschnitt 4.2 verwendet.

Die Schätzung der Rückstaulängenganglinien erfolgt schließlich entsprechend dem üblichen Basisaggregationsintervall  $\Delta T$  von 3600 Zeitschritten aus Kapitel 5 in 24 Zeitscheiben pro Tag von je 1 Stunde Dauer. Höhere Aggregationsgrade  $T$  werden über die Zusammenfassung von Daten gleicher Zeitscheiben von verschiedenen Tagen des Untersuchungszeitraums erreicht, wobei im Rahmen der folgenden Analysen ausschließlich die „typischen“ Werktage jeweils von Dienstag bis Donnerstag berücksichtigt werden. Dies hat den Vorteil, dass pro Woche immerhin 3 bezüglich der auftretenden Verkehrsmuster annähernd gleiche Tage mit entsprechend vielen Floating-Car-Daten vorliegen, ohne dass die Gefahr einer Vermischung stark unterschiedlicher Verkehrszustände übermäßig groß wird.

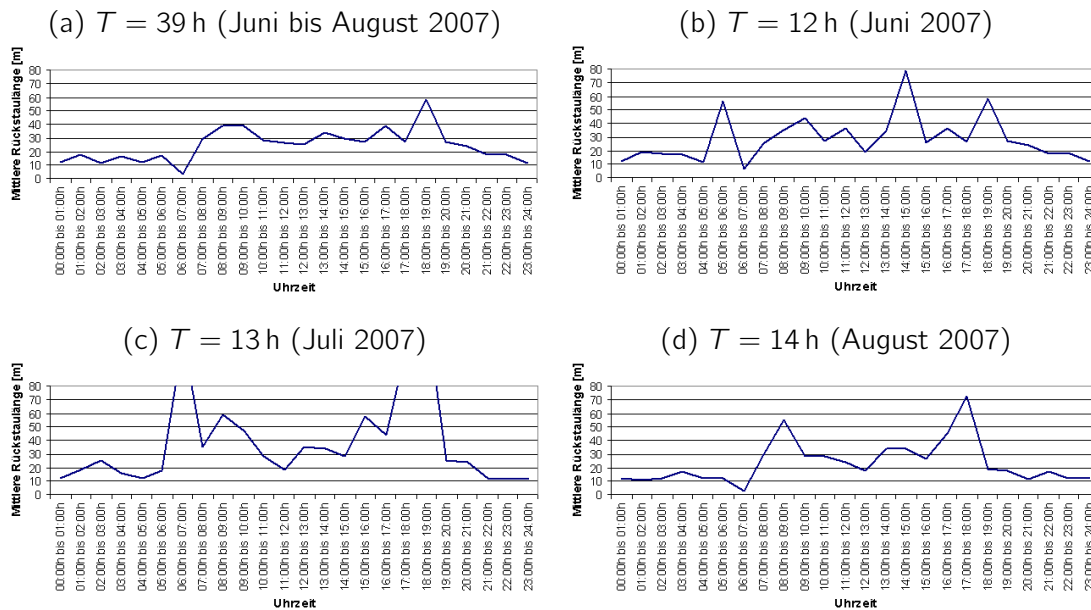
In den einzelnen Monaten des Untersuchungszeitraums führt dies letztlich zu ungefähr gleichen Aggregationsgraden zwischen 12 Stunden für Juni 2007 und 14 Stunden für August 2007. Für den Gesamtzeitraum ergibt sich ferner ein Wert von 39 Stunden. Dennoch ist in keinem Fall ein Auftreten des Verschlechterungseffekts aufgrund eines zu hohen Aggregationsgrades (vgl. Abschnitt 5.2.4 bzw. 5.4) zu befürchten. Der tatsächliche FCD-Abdeckungsgrad im Untersuchungsgebiet ist dazu groben Abschätzungen zufolge mit maximal rund 1% deutlich zu niedrig<sup>3</sup>. Die im Vergleich zur Gesamtverkehrsstärke geringe Anzahl an Floating Cars hat allerdings auch negative Auswirkungen. Insbesondere haben die simulationsgebundenen Analysen in Abschnitt 5.2.3 gezeigt, dass der neu entwickelte Rückstaulängenschätzer ohne Zusatzinformationen in diesem Fall sehr lange und sehr kurze Rückstaus häufig nicht korrekt unterscheiden kann. Da in der Realsituation an den zu untersuchenden Testkreuzungen Staus von mehreren 100 Metern Länge in der Regel allerdings ausgeschlossen werden können, bietet es sich zur Reduzierung dieses Problems an, den Suchraum der verwendeten Maximum-Likelihood-Schätzung schon im Vorfeld auf unterkritische Verkehrsnachfragen  $q$  zu beschränken. Unabhängig von weiteren Datenfusionsansätzen gelte daher für die entsprechenden a-priori-Gewichte (vgl. Abschnitt 5.1) im Folgenden stets  $w_q := 0$  für alle  $q > q_{\text{krit}}$ .

### 8.3.1 Erste Ergebnisse

Bereits ohne zusätzliche Informationen lassen sich dann mit dem in Kapitel 5 beschriebenen Verfahren plausible Ergebnisse für den tageszeitlichen Verlauf der Rückstaulänge an einem „typischen“ Werktag im nördlichen Zufluss der Testkreuzung 1 erzielen. Abbildung 8-3 zeigt die errechneten Tagesganglinien bei jeweils monatsweiser Aggregation der vorhandenen Floating-Car-Daten und bei Aggregation über den gesamten Untersuchungszeitraum.

Gerade im letzten Fall (s. Abb. 8-3a) ergibt sich offenbar eine vergleichsweise klare und nachvollziehbare Kurve mit unter anderem einer breiten Morgenspitze zwischen 7:00h und 10:00h und einem anschließenden, leichten Rückgang der Staulängen bis zum frühen Nachmittag. Nichts-

<sup>3</sup>Eine genauere Bestimmung des realen Abdeckungsgrades für den südlichen Zuflussarm der Testkreuzung 2 liefert im Übrigen später noch der Abschnitt 9.2.3.



**Abbildung 8-3:** Geschätzte Tagesganglinien der Rückstaulänge ohne Datenfusion.  
(Testkreuzung 1, Zuflussarm Nord – 1.6.2007 bis 31.8.2007)

destotrotz wird beispielsweise nachts mit durchschnittlich ca. 15 m ein vermutlich zu großer Wert für die mittlere Rückstaulänge bestimmt. Tatsächlich konnten ähnliche Effekte bereits im Rahmen der simulationsbasierten Untersuchungen beobachtet werden (vgl. Abb. 5-17c bis f in Abschnitt 5.4). Grund ist, dass vor allem bei sehr niedrigen Verkehrsstärken unter Umständen schon ein einzelner Datenpunkt in Haltelinienhöhe einen zwar kurzen, aber vorhandenen Rückstau impliziert. Beachtet man, dass Floating Cars auch nachts häufig mehrere Sekunden an Lichtsignalanlagen anhalten müssen und folglich mit entsprechender Wahrscheinlichkeit gerade von dort Positionen senden, so ist in diesem Zusammenhang letztlich von einem kleinen systematischen Fehler bei der Rückstaulängenschätzung auszugehen.

Eine weitere Erklärung liefert ansonsten ein genauer Blick auf die Modellanalyse, d.h. präziser auf die Herleitung der Rückstaulängenfunktion  $\ell$  im Abschnitt 3.3 des theoretischen Teils I der vorliegenden Arbeit. Wesentliche Annahme war hierbei ein konstantes Verhältnis zwischen fahrenden und gestauten Blöcken innerhalb des Ampelrückstaus. Gerade bei nur wenigen, gestauten Fahrzeugen dürfte allerdings eher von einem kompakten Rückstau mit entsprechend geringer, räumlicher Ausdehnung auszugehen sein, der letztlich keine ausgeprägte innere Struktur im Sinne des Abschnitts 3.1 aufweist. Konsequenterweise liefert die approximative Rückstaulängenfunktion  $\ell$  also gerade in dieser Situation zu große Werte, was sich ebenfalls mit den Beobachtungen in Abbildung 8-3 deckt (vgl. auch Abb. 5-17c bis f). Insgesamt spielt die leichte Überschätzung sehr kurzer Rückstaulängen bei sorgfältiger Interpretation der dargestellten Tagesganglinien allerdings nur eine untergeordnete Rolle, zumal sie mit 1 bis 2 Fahrzeuglängen im Regelfall auch nur sehr gering ausfällt.

Wichtiger ist hinsichtlich Abbildung 8-3a beispielsweise die Frage, inwieweit der einzelne Wert im Zeitraum von 18:00h bis 19:00h mit etwa 60 m für die mittlere Rückstaulänge mit der Realität übereinstimmt oder eher als Ausreißer zu werten ist. Da gerade wegen der niedrigen FCD-Abdeckung Fehlschätzungen im konkreten Fall nicht grundsätzlich ausgeschlossen werden können (vgl. Abschnitt 5.2), lässt sich dies anhand eines einzelnen Diagramms jedoch kaum beantworten. Nichtsdestotrotz kann man bei entsprechender Glättung der Tagesganglinie in Abbildung 8-3a eine mehr oder weniger stark ausgeprägte Nachmittagsspitze in der Zeit zwischen 16:00h und 19:00h vermuten.

Mit Blick auf die anderen Diagramme in Abbildung 8-3 ist ansonsten selbstverständlich auch eine monatsweise Auswertung der verfügbaren Floating-Car-Daten möglich. Es ist jedoch zu beachten, dass dies letztlich zu einer Reduzierung der Anzahl an Datenpunkten pro Schätzung führt, sodass aufgrund der ohnehin geringen FCD-Abdeckung im konkreten Fall mit zusätzlichen Ausreißern in den Ergebnisinganglinien zu rechnen ist. Tatsächlich zeigt beispielsweise Abbildung 8-3c eine klare Tendenz in diese Richtung. Aber auch die geschätzten Rückstaulängen für Juni 2007 (s. Abb. 8-3b) weisen höchstwahrscheinlich falsche Werte auf. Da die Ausreißer im Vergleich zum Juli-Diagramm (s. Abb. 8-3c) hinsichtlich ihrer Amplitude zudem deutlich weniger ausgeprägt sind, ist dabei ohne weitere Informationen noch nicht einmal eindeutig zu entscheiden, welche Werte als verlässlich bzw. falsch einzustufen sind.

Lediglich die Ganglinie für den August 2007 (s. Abb. 8-3d) zeigt ungeachtet der reduzierten Datenmenge einen vollständig plausiblen Verlauf. Dennoch ist zu bemerken, dass die Staulängenmaxima während der beiden Hauptverkehrszeiten trotz Sommerferien mit naiv tendenziell geringerer Verkehrsnachfrage (vgl. Abschnitt 9.2.2) merkwürdigerweise größer ausfallen als bei Betrachtung der Gesamtperiode (vgl. Abb. 8-3a). Da die tatsächlichen Verkehrsstärken nicht bekannt sind, kann es sich hierbei – wenn auch eher unwahrscheinlich – aber durchaus auch um ein reales Phänomen handeln, das nicht zwangsläufig auf Fehler bei der Rückstaulängenschätzung zurückzuführen ist.

Zusammenfassend zeigt sich im konkreten Beispiel allerdings, dass mit dem neuen Verfahren bereits bei einer im Vergleich zur Gesamtverkehrsstärke sehr kleinen Anzahl an Floating Cars und ohne besondere Formen der Datenfusion relativ gute Ergebnisse erzielt werden können. Dennoch müssen die errechneten Ganglinien aufgrund der zwangsläufigen Gefahr von Ausreißern stets sorgfältig interpretiert werden. Höhere Abdeckungsgrade ( $> 2\%$ ) versprechen allerdings auch eine höhere Verlässlichkeit der einzelnen Schätzwerte (vgl. Abschnitt 5.2.2 bzw. 5.4).

### 8.3.2 Integration von Geschwindigkeitsinformationen

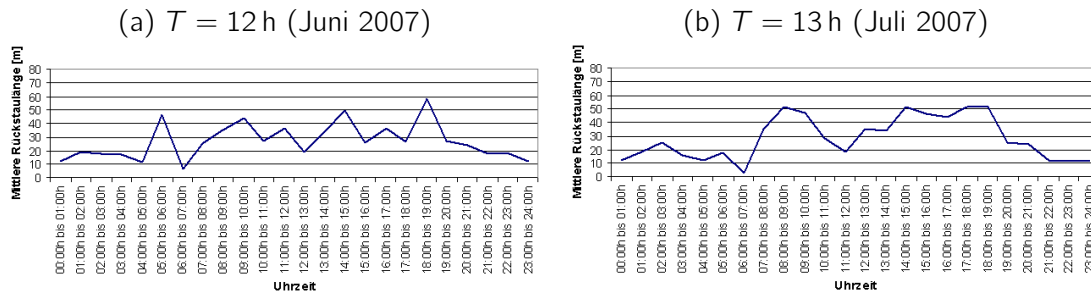
Eine teilweise Verbesserung der Resultate kann im Übrigen erzielt werden, indem im Vorgriff auf Kapitel 9 zusätzliche Informationen im Sinne einer Datenfusion integriert werden. Insbesondere die im zugrundeliegenden Taxi-FCD-System zusätzlich verfügbaren Momentangeschwindigkeiten der einzelnen Floating Cars lassen sich hier sinnvoll nutzen (vgl. Abschnitt 9.1). Durch eine einfache, stundenweise Mittelung der Werte für jeden betrachteten Zuflussarm lassen sich daraus zunächst grobe Tagesganglinien der durchschnittlichen Geschwindigkeit  $\bar{v}$  errechnen, die ihrerseits weitere Anhaltspunkte für die jeweils vorliegende Verkehrslage liefern.

In plausibler Weise kann man dann annehmen, dass niedrige Geschwindigkeiten eher im Bereich der kritischen Verkehrsnachfrage und darüber sowie im Fall längerer Rückstaus auftreten. Folglich bietet es sich beispielsweise an, den Suchraum der Maximum-Likelihood-Schätzung im Rahmen des neuen Verfahrens an einem vorher definierten Punkt  $q'$  mit  $0 < q' < q_{\text{krit}}$  weiter zu unterteilen und schon bei Untersättigung nach niedriger und eher hoher Verkehrsnachfrage zu unterscheiden. Je nachdem, ob die mittlere Momentangeschwindigkeit  $\bar{v}$  der jeweils relevanten Zeitscheibe des Tages dann unter- oder oberhalb einer ebenfalls manuell festzulegenden Grenzggeschwindigkeit  $v_{\text{krit}}$  liegt, beschränkt sich die Schätzung unter Beachtung des bereits zuvor diskutierten, grundsätzlichen Ausschlusses von Übersättigung somit entweder auf den Suchraum  $I^+ := [q', q_{\text{krit}}]$  oder auf  $I^- := [0, q']$ . Die zugehörigen a-priori-Gewichte im Sinne des Abschnitts 5.1 lauten im Fall  $\bar{v} < v_{\text{krit}}$

$$w_q := \begin{cases} 1 & \text{falls } q' \leq q \leq q_{\text{krit}}, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{bzw.} \quad w_q := \begin{cases} 1 & \text{falls } 0 \leq q \leq q', \\ 0 & \text{sonst}, \end{cases} \quad (8.1)$$

wenn  $\bar{v} \geq v_{\text{krit}}$  gilt.

Abbildung 8-4 zeigt die mit den Parametern  $q' := 720 \text{ Fzg/h}$  und  $v_{\text{krit}} := 20 \text{ km/h}$  erhaltenen Resultate für den nördlichen Zuflussarm der Testkreuzung 1.



**Abbildung 8-4:** Geschätzte Tagesganglinien der Rückstaulänge mit Datenfusion.  
(Testkreuzung 1, Zuflussarm Nord – 1.6.2007 bis 31.8.2007 –  $v_{\text{krit}} = 20 \text{ km/h}$ )

Man erkennt gegenüber der Auswertung ohne zusätzliche Datenfusion (vgl. Abb. 8-3), dass insbesondere die schwerwiegenden Ausreißer in der Tagesganglinie für Juli 2007 eliminiert werden können (s. Abb. 8-4b). Trotz nach wie vor niedriger FCD-Abdeckung stellt sich offenbar ein weitgehend plausibler Verlauf der Rückstaulänge ein. Eine Garantie für gute Ergebnisse ist der beschriebene Datenfusionsansatz allerdings nicht, wie ein Vergleich der Abbildungen 8-3b und 8-4a zeigt. Auch die Integration von Geschwindigkeitsinformationen bringt in diesem Fall keine wirkliche Verbesserung der Juni-Resultate.

Inwieweit die geschilderte Datenfusion ferner in der Kurve für Juli (s. Abb. 8-4b) während der Nachmittagsspitze eine zu strenge Beschränkung der Rückstaulänge bewirkt, bleibt zu prüfen. Jedenfalls deuten die anderen Diagramme aus den Abbildungen 8-3 und 8-4 mit zumindest leicht größeren, geschätzten Rückstaulängenmaxima am späten Nachmittag darauf hin.

Insgesamt zeigt sich daran aber, dass die errechneten Tagesganglinien vor allem bei niedriger FCD-Abdeckung trotz teilweise sehr plausibler Ergebnisse auch im Fall von Datenfusion kritisch zu interpretieren sind. Insbesondere wird deutlich, dass sich die Schätzwerte über die flexible Definition der a-priori-Gewichte  $w_q$  im Rahmen des verallgemeinerten Maximum-Likelihood-Ansatzes (s. Abschnitt 5.1) letztlich beliebig an externe Vorgaben anpassen lassen. Konsequenterweise kommt gerade den Datenfusionsparametern eine zentrale Bedeutung zu, da eine zu strenge Kalibrierung letztlich nur von außen vorgegebene (möglicherweise falsche) Zielwerte reproduziert, eine zu lasche Festlegung hingegen keine oder nur marginale Verbesserungen gegenüber der Auswertung ohne Integration von Zusatzinformationen einbringt.

Eine ausführliche Diskussion hierzu würde allerdings den Rahmen der vorliegenden Arbeit sprengen und ist daher Inhalt zukünftiger Untersuchungen. Dennoch sollen im Abschnitt 9.1 des folgenden Kapitels kurz ein paar Aspekte besprochen werden.



## 9 Integration weiterer Datenquellen

Innerhalb der vorangegangenen Kapitel wurde bereits mehrfach auf die besondere Bedeutung der Datenfusion zur Qualitätssteigerung im urbanen Verkehrsmonitoring hingewiesen. Bezogen auf das neu entwickelte Verfahren zur Rückstaulängenschätzung können – wie schon im Abschnitt 8.3.2 geschehen – beispielsweise Momentangeschwindigkeiten der erfassten Floating Cars sinnvoll genutzt werden. Die ergänzende Diskussion im folgenden Abschnitt 9.1 zeigt kurz die Möglichkeiten auf, die sich aus der Verwendung speziell dieser Informationen ergeben, weist zugleich aber auch auf potentielle Schwierigkeiten hin.

Abschnitt 9.2 widmet sich schließlich der detaillierten Auswertung der verfügbaren Floating-Car-Daten für die bereits zuvor definierte Testkreuzung 2 (s. Abschnitt 7.2), wobei neben Geschwindigkeitsinformationen insbesondere die Daten eines lokalen Induktionsschleifendetektors Verwendung finden. Erneut zeigen sich die Potentiale und Wirkungen, die sich aus der Integration zusätzlicher Datenquellen ergeben.

### 9.1 Analyse verwendeter Geschwindigkeitsdaten

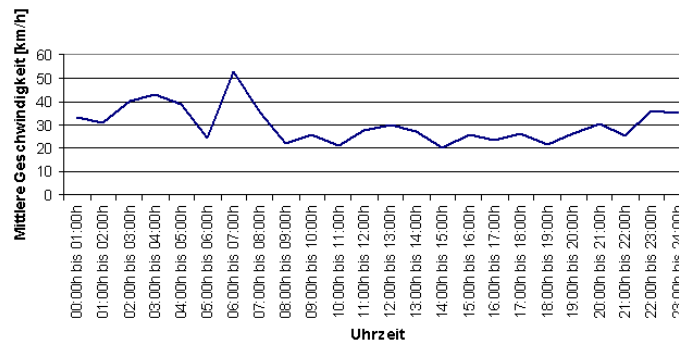
Wie schon im Abschnitt 8.3.2 erwähnt, ist es bezüglich der Festlegung der a-priori-Gewichte  $w_q$  des neuen Verfahrens unter Umständen hilfreich, im Fall hoher, durchschnittlicher Geschwindigkeiten von einer eher geringen Verkehrsnachfrage und kurzen Rückstaus auszugehen und umgekehrt niedrige Geschwindigkeiten als Indiz für eine stärkere Verkehrsbelastung zu deuten. Dennoch lassen sich gegebenenfalls verfügbare Geschwindigkeitsinformationen in diesem Sinne nur dann sinnvoll nutzen, wenn geklärt ist, was unter eher großer und eher geringer Verkehrsnachfrage zu verstehen ist und wann eine mittlere Geschwindigkeit als hoch oder niedrig einzustufen ist. Definiert man diesbezüglich im einfachsten Fall beispielsweise zwei pauschale Schwellenwerte  $q'$  und  $v_{krit}$ , so lassen sich gemäß der Setzung (8.1) aus Abschnitt 8.3.2 jedoch leicht passende a-priori-Gewichte ableiten.

Nichtsdestotrotz ist die konkrete Bestimmung der optimalen Parameter  $q'$  und  $v_{krit}$  keineswegs trivial und muss in zukünftigen Untersuchungen, die aufgrund ihres Umfangs aber nicht Teil der vorliegenden Arbeit sind, noch näher betrachtet werden. Insbesondere ist zu beachten, dass beide Größen – wie man sich leicht überlegt – in nicht-linearer Weise wechselseitig voneinander abhängen, sodass eine unabhängige Optimierung letztlich nicht zielführend ist. Darüber hinaus werden beide Parameter in der Realität wesentlich von teils zufälligen, äußeren Faktoren wie Infrastruktur oder Fahrverhalten der Verkehrsteilnehmer beeinflusst und sind daher für jeden Knoten bzw. jeden Kreuzungszuflussarm gegebenenfalls sogar zeitabhängig individuell zu ermitteln.

Zumindest auf die Grenzgeschwindigkeit  $v_{krit}$  soll am Beispiel des nördlichen Zuflussarms der Testkreuzung 1 (vgl. Abschnitt 8.3.2) aber noch etwas detaillierter eingegangen werden. Abbildung 9-1 zeigt den entsprechenden Tagesgang der durchschnittlichen Geschwindigkeit bei Mittelung aller im zugrundeliegenden FCD-System verfügbaren Datenpunkte der typischen Werktage (Dienstag bis Donnerstag) im Juli 2007.

Man erkennt zumindest tagsüber offenbar keine signifikanten Einbrüche, die auf besondere Spitzenstunden mit hoher Verkehrsbelastung hinweisen könnten. Stattdessen schwankt die mittlere Geschwindigkeit konstant zwischen 20 und 30 km/h. Ansonsten ist das Geschwindigkeitsniveau nachts wie erwartet etwas höher, allerdings führt die niedrige FCD-Abdeckung zu teils starken Schwankungen (s. z.B. den Zeitraum zwischen 4:00h und 8:00h) und mindert dadurch die statistische Verlässlichkeit der entsprechenden Werte.

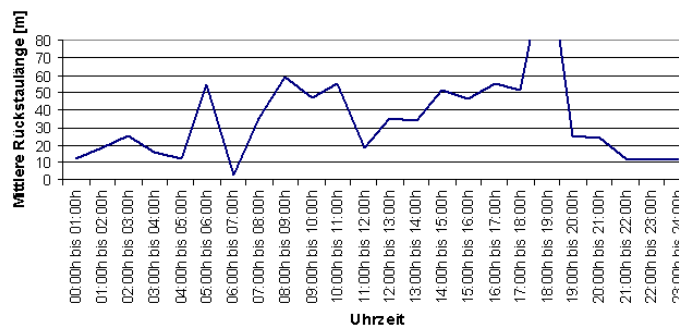
Nichtdestotrotz dürfte es in Bezug auf die Festlegung der Grenzgeschwindigkeit  $v_{krit}$  im konkreten Fall sinnvoll sein, angesichts der fehlenden Geschwindigkeitseinbrüche während der ver-



**Abbildung 9-1:** Tagesgang der mittleren Geschwindigkeit aus FCD.  
(Testkreuzung 1, Zuflussarm Nord – 1.7.2007 bis 31.7.2007)

meintlichen Spitzenzeiten zum Beispiel das Minimum der Tagesganglinie ( $v_{\text{krit}} := 20 \text{ km/h}$ ) als Schwellenwert zu wählen und folglich eine stets höchstens mäßige Verkehrsnachfrage anzunehmen. Die entsprechenden Resultate wurden bereits in Abbildung 8-4b (s. Abschnitt 8.3.2) dargestellt, wobei im Übrigen der pauschale Parameter  $q' := 720 \text{ Fzg/h}$  verwendet wurde<sup>1</sup>. Eine Verbesserung der Ergebnisse, d.h. insbesondere die Korrektur von Ausreißern bei der Rückstaulänge gegenüber der Auswertung ohne Datenfusion (s. Abb. 8-3c) waren die Folge.

Dennoch zeigt sich auch, dass hierzu eine sehr gute Anpassung des Parameters  $v_{\text{krit}}$  erforderlich ist. Wählt man im konkreten Beispiel etwa den nur um 5 km/h größeren Wert  $v_{\text{krit}} := 25 \text{ km/h}$  anstatt wie bisher  $v_{\text{krit}} = 20 \text{ km/h}$ , so ergibt sich bezüglich der geschätzten Rückstaulängen ein leicht anderes Bild (s. Abb. 9-2).



**Abbildung 9-2:** Geschätzte Tagesganglinien der Rückstaulänge mit Datenfusion.  
(Testkreuzung 1, Zuflussarm Nord – 1.7.2007 bis 31.7.2007 –  $v_{\text{krit}} = 25 \text{ km/h}$ )

Zwar können auch in diesem Fall etwa in der Zeit zwischen 6:00h und 7:00h bzw. zwischen 17:00h und 18:00h einzelne Ausreißer gegenüber der Ausgangssituation (s. Abb. 8-3c) vermieden werden. Dennoch bleibt der höchstwahrscheinlich falsche Wert im Zeitraum von 18:00h bis 19:00h anders als zuvor (vgl. Abb. 8-4b) erhalten.

Gravierender ist zudem die Tatsache, dass aufgrund der statistischen Ungenauigkeit der zugrundeliegenden Geschwindigkeitsganglinie mit teils fehlleitenden Werten in einzelnen Zeitscheiben (vgl. Abb. 9-1) sogar neue Fehler bei den Ergebnissen der Rückstaulängenschätzung auftreten können, die ohne Datenfusion nicht zu beobachten waren. Deutlich zu erkennen sind beispielsweise die zusätzlichen Ausreißer in der Zeit zwischen 5:00h und 6:00h bzw. am Vormittag zwischen 10:00h und 11:00h.

<sup>1</sup>Angesichts der oben beschriebenen Herausforderungen einer simultanen Optimierung der Parameter  $v_{\text{krit}}$  und  $q'$  beschränkt sich die vorliegende Arbeit vereinfachend auf die Verwendung eines fixen Wertes  $q' := 720 \text{ Fzg/h}$ . Lediglich die Grenzggeschwindigkeit  $v_{\text{krit}}$  wird im Fall einer Datenfusion unter Beachtung der entsprechenden Geschwindigkeitsganglinien (vgl. z.B. Abb. 9-1) grob an die jeweilige Situation angepasst.

Insgesamt zeigt sich erneut, welche große Bedeutung der Kalibrierung der Datenfusionsparameter gerade bei statistisch eher unsicheren Zusatzinformationen zukommt. Sinnvoll dürfte in diesem Zusammenhang daher unter anderem auch eine weniger stark differenzierende Festlegung der zugehörigen a-priori-Gewichte sein, die anders als bisher (vgl. (8.1)) auch Werte zwischen 0 und 1 zulässt. Wegen der Komplexität des Themas wird auf ausführlichere Analysen im Rahmen der vorliegenden Arbeit allerdings verzichtet. Zukünftige Untersuchungen sollten sich angesichts der Potentiale einer idealen Datenfusion nichtsdestotrotz intensiv mit der Optimierung der Parameterkalibrierung auseinandersetzen und bei der Festlegung der entsprechenden a-priori-Gewichte gegebenenfalls auch Überlegungen zur Qualität der zusätzlich verwertbaren Verkehrsdaten einbeziehen. Speziell sollten zuverlässige Zusatzinformationen idealerweise einen höheren Einfluss auf das Endergebnis haben als ungenaue oder stark verrauschte Daten (vgl. auch [Neu07b]).

## 9.2 Auswertung der Daten (Testkreuzung 2)

Es wurde bereits mehrfach darauf hingewiesen, dass bei der in Abschnitt 7.2 definierten Testkreuzung 2 zumindest für den südlichen Zuflussarm zusätzlich zu den bisher verwendeten Floating-Car-Daten (inkl. Momentangeschwindigkeiten) insbesondere auch die im Zulauf gemessenen Verkehrsstärken eines lokalen Induktionsschleifendetektors verfügbar sind (vgl. Abb. 7-4). Dies ermöglicht im Folgenden, eine weitere Form der Datenfusion unter Realbedingungen zu testen, wobei konkret die a-priori-Gewichte

$$w_q := \begin{cases} 1 & \text{falls } q \in [q_{\text{det}} - q_{\text{tol}}; q_{\text{det}} + q_{\text{tol}}], \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (9.1)$$

entsprechend Gleichung (5.9) aus Abschnitt 5.2.3 verwendet werden. Neben der jeweils gemessenen Verkehrsnachfrage  $q_{\text{det}}$  kommen dabei mit  $q_{\text{tol}} := 360 \text{ Fzg/h}$  bzw.  $q_{\text{tol}} := 180 \text{ Fzg/h}$  zwei unterschiedliche Toleranzwerte zum Einsatz, um letztlich den Einfluss verschieden strenger, äußerer Vorgaben auf die Rückstaulängenschätzung beurteilen zu können.

Dessen ungeachtet werden zum Vergleich nach wie vor aber auch die entsprechenden Auswertungen ohne Datenfusion (vgl. Abschnitt 8.3.1) bzw. mit Integration von Geschwindigkeitsinformationen anstelle der Verkehrsstärken im Sinne des Abschnitts 8.3.2 durchgeführt. Für die untersuchten Zuflussarme der Testkreuzung 2 haben sich aus der Analyse der relevanten Tagesganglinien der mittleren Geschwindigkeit nach dem in Abschnitt 9.1 beschriebenen Vorgehen dabei die Grenzggeschwindigkeiten  $v_{\text{krit}} := 35 \text{ km/h}$  (Zufluss Nord) bzw.  $v_{\text{krit}} := 20 \text{ km/h}$  (Zufluss Süd) ergeben. Wie zuvor wird darüber hinaus der Schwellenwert  $q'$  mit pauschal  $720 \text{ Fzg/h}$  als fix vorgegeben betrachtet (vgl. Abschnitt 9.1).

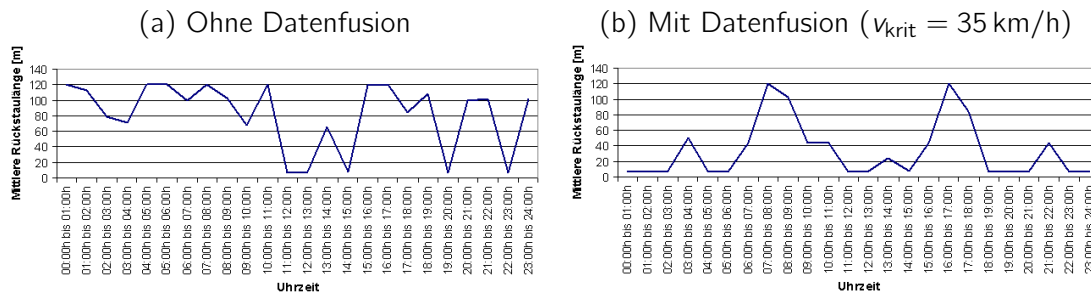
Abweichend von den bisherigen Modellparametern aus Kapitel 8 (s. insb. Abschnitt 8.3) gilt ferner  $g = 55 \text{ sec}$  und  $r = 45 \text{ sec}$ . Alle anderen Rahmenbedingungen wie das Basisaggregationsintervall  $\Delta T$  oder die Maximalgeschwindigkeit  $v_{\text{max}}$  bleiben mit 1 Stunde bzw.  $54 \text{ km/h}$  jedoch bestehen. Auch die Beschränkung auf typische Werktage (Dienstag bis Donnerstag) gilt für die nachfolgenden Untersuchungen unverändert.

### 9.2.1 Ergebnisse und Vergleich mit simulierten Rückstaulängen

Wie schon mehrfach angedeutet, konzentrieren sich die Auswertungen an der Testkreuzung 2 im Weiteren auf den nördlichen und südlichen Zuflussarm. Gerade die Pendlerströme zwischen Stadtzentrum und Autobahn mit der Folge tageszeitlich stark schwankender Verkehrsnachfrage machen diese beiden Richtungen für die Rückstaulängenschätzung besonders interessant (vgl. Abschnitt 7.2).

Abbildung 9-3 zeigt somit die Ergebnisse, die bei Betrachtung des gesamten Untersuchungszeitraums mit dem neuen Verfahren für den nördlichen Kreuzungsarm erzielt werden können.

Da konkrete Verkehrsstärken allerdings nur aus südlicher Richtung bekannt sind, beschränken sich die Untersuchungen zunächst erneut auf eine Rückstaulängenschätzung ohne Datenfusion (s. Abb. 9-3a) bzw. auf die in den Abschnitten 8.3.2 und 9.1 geschilderte Integration von Geschwindigkeitsinformationen (s. Abb. 9-3b).



**Abbildung 9-3:** Geschätzte Tagesganglinien der Rückstaulänge (Juni bis August 2007).  
(Testkreuzung 2, Zuflussarm Nord – 1.6.2007 bis 31.8.2007)

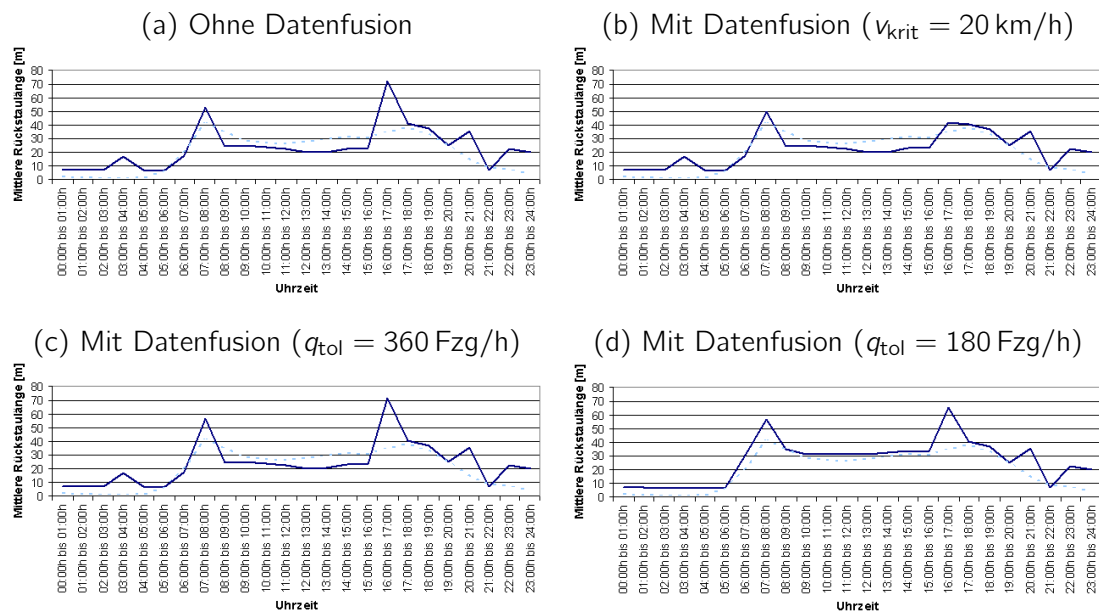
Man erkennt sofort, dass ohne Datenfusion offenbar keine zufriedenstellenden Ergebnisse erzielt werden. Die geschätzten Rückstaulängen scheinen nahezu willkürlich Werte zwischen 0 m und 120 m anzunehmen. Ursache hierfür ist unter anderem sicherlich eine sehr niedrige FCD-Abdeckung (vgl. Abschnitt 9.2.3). Eine Rolle spielt vermutlich aber auch die gegenwärtig unvermeidbare, modellbedingte Ungenauigkeit bei der Kalibrierung des Verfahrens. Ob darüber hinaus Fehler in den Daten für die schlechten Schätzergebnisse verantwortlich sind, bleibt zu klären.

Anhand von Abbildung 9-3b zeigt sich allerdings auch, dass durch eine einfache Datenfusion dennoch wesentliche Verbesserungen erreicht werden können. Zwar bleiben die absoluten Werte der geschätzten Rückstaulängen nach wie vor fragwürdig, zumindest lassen sich nun aber deutlich zwei Hauptverkehrszeiten zu plausiblen Uhrzeiten lokalisieren.

Detailliertere Untersuchungen sind schließlich für den südlichen Zuflussarm der Testkreuzung 2 möglich. Aufgrund der hier verfügbaren Verkehrsstärkeinformationen des im Zulauf liegenden Induktionsschleifendetektors (vgl. Abb. 7-4) kann einerseits mit Hilfe der in (9.1) definierten a-priori-Gewichte eine mitunter stärkere Einschränkung des Suchraums der jeweils durchzuführenden Maximum-Likelihood-Schätzung ausgeübt werden. Zum anderen erlaubt die Kenntnis der Verkehrsstärken die Simulation entsprechender Referenzrückstaulängen, die zum Vergleich mit den aus FCD geschätzten Werten herangezogen werden können<sup>2</sup> (vgl. Abschnitt 7.2). Abbildung 9-4 zeigt die Resultate für den Gesamtzeitraum von Juni bis August 2007.

Mit Ausnahme weniger Ausreißer wird der auch in den folgenden Abbildungen jeweils gestrichelt dargestellte, simulierte Referenztagessgang der mittleren Rückstaulänge offenbar relativ gut reproduziert. Dies wird bestätigt durch die vergleichsweise starken Korrelationen zwischen simulierten und geschätzten Werten (s. Tabelle 9-1). Wie erwartet zeigen die numerischen Kenngrößen dabei, dass durch Datenfusion in jedem Fall eine Verbesserung der Ergebnisse erzielt werden kann. Insbesondere weist die vermeintlich restriktivste der untersuchten Varianten ( $q_{tol} = 180 \text{ Fzg/h}$ ) den höchsten Korrelationskoeffizienten auf. Kritisch bleibt jedoch zu werten, dass die gerade in diesem Fall vergleichsweise strikte Beschränkung des Suchraums auf Basis der

<sup>2</sup>Besser wäre es selbstverständlich, unabhängige Referenzmessungen als Vergleichsgrundlage bei der Validierung des neuen Verfahrens zu verwenden. Leider ist es gegenwärtig nur sehr schwer bzw. mit hohem Aufwand möglich, Rückstaulängen rund um die Uhr über einen längeren Zeitraum zuverlässig zu erfassen. Der sehr einfache Ansatz, auf Basis der jeweils bekannten Verkehrsnachfrage stattdessen simulierte Werte als Referenz zu verwenden, bietet somit die Möglichkeit, ohne weitere Anstrengungen zumindest qualitative Aussagen bezüglich der Qualität des neuen Verfahrens zu treffen. Besondere Vorsicht ist lediglich dort angebracht, wo die gemessenen Verkehrsstärken zugleich auch zu Datenfusionszwecken verwendet werden.



**Abbildung 9-4:** Geschätzte Tagesganglinien der Rückstaulänge (Juni bis August 2007).  
(Testkreuzung 2, Zuflussarm Süd – 1.6.2007 bis 31.8.2007)

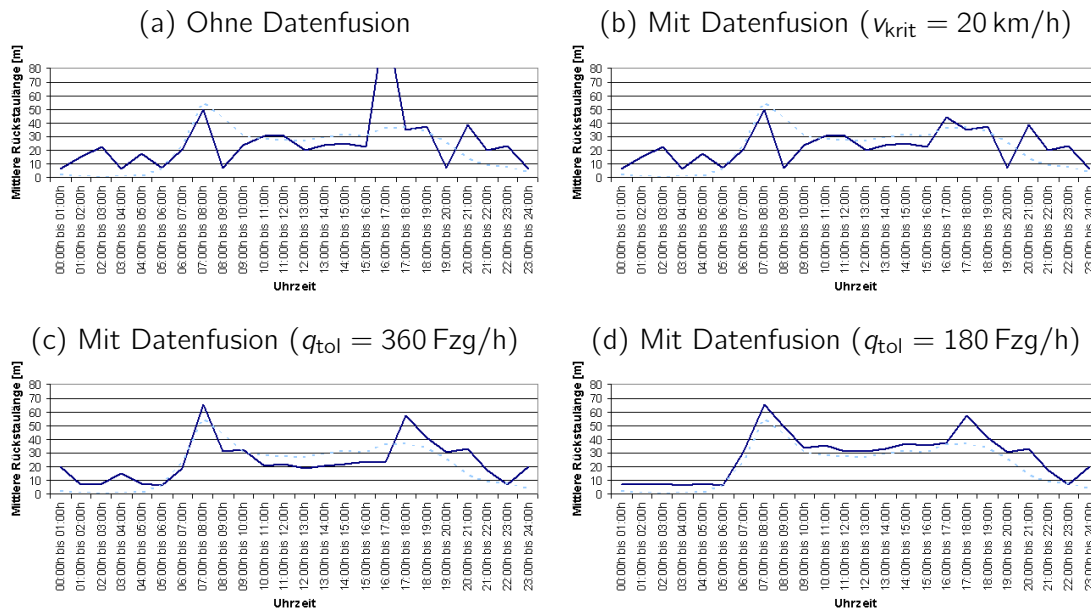
gemessenen Verkehrsstärken, die zugleich Grundlage der Referenzganglinien sind, letztlich natürlich automatisch eine gewisse Übereinstimmung zwischen geschätzten und simulierten Rückstaulängen erzwingt. Nichtsdestotrotz ist die allgemeine Tendenz bezüglich des Nutzens einer Datenfusion klar.

Datenfusionstyp	Korrelationskoeffizient (zugehörige Abbildung in Klammern)	
Ohne Datenfusion	0.71361756	(Abb. 9-4a)
$v_{\text{krit}} = 20 \text{ km/h}$	0.78905341	(Abb. 9-4b)
$q_{\text{tol}} = 360 \text{ Fzg/h}$	0.72082526	(Abb. 9-4c)
$q_{\text{tol}} = 180 \text{ Fzg/h}$	0.8822046	(Abb. 9-4d)

**Tabelle 9-1:** Korrelationen zwischen geschätzter und simulierter Rückstaulänge.  
(Testkreuzung 2, Zuflussarm Süd – 1.6.2007 bis 31.8.2007)

Bemerkenswert ist ferner, dass es durchaus sehr sinnvoll sein kann, im Rahmen der verfügbaren Zusatzinformationen verschiedene Varianten bei der Festlegung der a-priori-Gewichte des neuen Verfahrens parallel auszuprobieren. Während die morgendliche Hauptverkehrszeit in allen Diagrammen der Abbildung 9-4 mit lediglich leichten Schwankungen bei den Absolutwerten zuverlässig detektiert wird, tritt beispielsweise in der Zeit zwischen 16:00h und 17:00h eine andere Situation ein. Zwar wird auch hier in 3 von 4 Fällen eine ausgeprägte Nachmittagsspitze ermittelt, jedoch deutet zumindest der unter Verwendung von Geschwindigkeitsinformationen aus FCD errechnete Tagesgang (s. Abb. 9-4b) unabhängig von irgendwelchen Referenzrückstaulängen darauf hin, dass es sich dabei möglicherweise um fehlerhafte Schätzwerte handelt. Wenngleich sich eine endgültige Entscheidung diesbezüglich ohne entsprechende Vergleichswerte<sup>3</sup> natürlich nur schwerlich fällen lässt, so können durch eine sorgfältige Interpretation aller

<sup>3</sup>Im Normalfall dürften in der Realität anders als im hier betrachteten Beispiel keine simulierten Referenzrückstaulängen verfügbar sein.



**Abbildung 9-5:** Geschätzte Tagesganglinien der Rückstaulänge (Juli 2007).  
(Testkreuzung 2, Zuflussarm Süd – 1.7.2007 bis 31.7.2007)

Ergebnisse in der Konsequenz zumindest zuverlässige und weniger verlässliche Werte in den geschätzten Ganglinien der mittleren Rückstaulänge unter Umständen auch ohne weitere Informationen unterschieden werden.

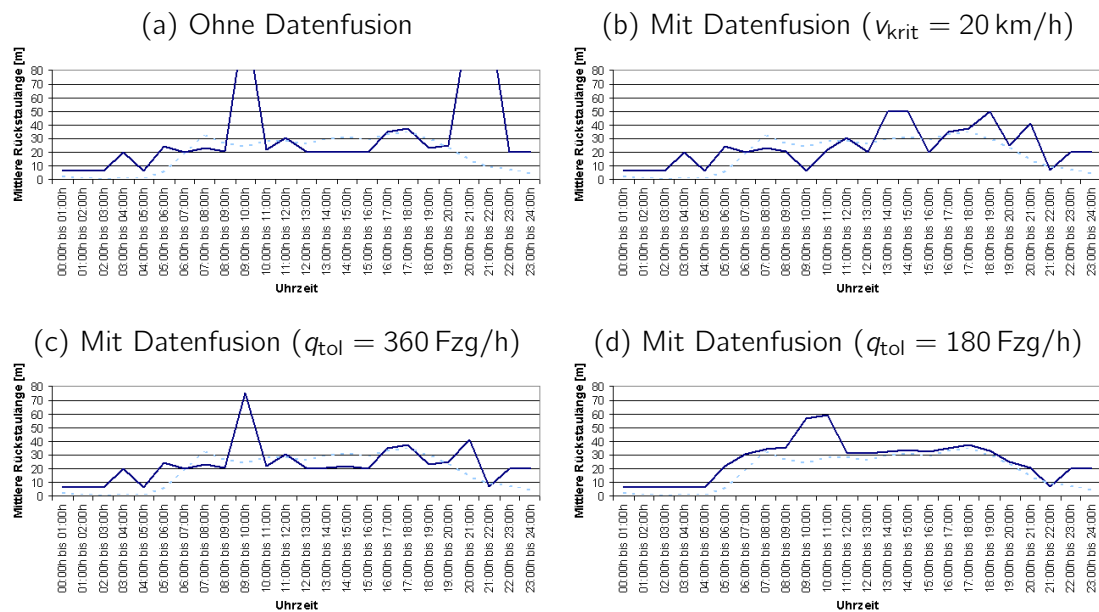
## 9.2.2 Erfassung saisonaler Effekte

Angesichts der vergleichsweise guten Resultate für den südlichen Zuflussarm der Testkreuzung 2, die sich hier offenbar trotz niedriger FCD-Abdeckung (vgl. Abschnitt 9.2.3) zuverlässig einstellen, ist es sinnvoll zu prüfen, ob aus den verfügbaren Floating-Car-Daten in diesem Fall auch bei kürzeren Aggregationszeiträumen plausible Ganglinien der Rückstaulänge ermittelt werden können. Die Abbildungen 9-5 und 9-6 zeigen exemplarisch die zugehörigen Ergebnisse bei separater Betrachtung der Monate Juli und August 2007.

Wie erwartet lassen sich zusätzliche, teils signifikante Ausreißer angesichts der deutlichen Reduzierung der Anzahl an jeweils verwendeten Datenpunkten gegenüber den Auswertungen in Abschnitt 9.2.1 nicht vermeiden. Nichtsdestotrotz ist gerade in den Fällen mit Datenfusion zu meist eine hinreichende Übereinstimmung mit den simulierten Referenzrückstaulängen erkennbar. Aus numerischer Sicht (s. Tabelle 9-2) stellt sich dabei die restriktivste Form der Datenfusion ( $q_{\text{tol}} = 180 \text{ Fzg/h}$ ) erneut als am besten heraus<sup>4</sup>. Welche der beiden weiteren Varianten ( $v_{\text{krit}} = 20 \text{ km/h}$  oder  $q_{\text{tol}} = 360 \text{ Fzg/h}$ ) schließlich der jeweils anderen vorzuziehen ist, hängt vom Einzelfall ab. Zumindest ergeben die errechneten Korrelationskoeffizienten in den Tabellen 9-1 und 9-2 diesbezüglich kein eindeutiges Bild.

Interessant ist abschließend ein genauerer Blick auf die morgendliche Hauptverkehrszeit. Während in allen vier Ganglinien für Juli 2007 (s. Abb. 9-5) eine deutliche Morgenspitze zu erkennen ist, deuten die Ergebnisse für August 2007 (s. Abb. 9-6) auf eher durchschnittliche Rückstaulängen im entsprechenden Zeitraum zwischen 7:00h und 8:00h hin. Offenbar bleiben die klassischen Auswirkungen des morgendlichen Berufsverkehrs im August aus. Abbildung 9-6d lässt in diesem Zusammenhang allenfalls eine zeitliche Verschiebung der Hauptverkehrszeit in den späteren Vormittag vermuten. Jedoch impliziert Abbildung 9-6b in – wie ein Vergleich mit den zugehörigen

<sup>4</sup>Man beachte die einschränkenden Bemerkungen in Abschnitt 9.2.1.



**Abbildung 9-6:** Geschätzte Tagesganglinien der Rückstaulänge (August 2007).  
(Testkreuzung 2, Zuflussarm Süd – 1.8.2007 bis 31.8.2007)

Datenfusionstyp	Korrelationskoeffizient (zugehörige Abbildung in Klammern)			
	Juli 2007		August 2007	
Ohne Datenfusion	0.45905481	(Abb. 9-5a)	0.07848243	(Abb. 9-6a)
$v_{krit} = 20 \text{ km/h}$	0.59060727	(Abb. 9-5b)	0.63067831	(Abb. 9-6b)
$q_{tol} = 360 \text{ Fzg/h}$	0.77218598	(Abb. 9-5c)	0.46737895	(Abb. 9-6c)
$q_{tol} = 180 \text{ Fzg/h}$	0.95303936	(Abb. 9-5d)	0.81443839	(Abb. 9-6d)

**Tabelle 9-2:** Korrelationen zwischen geschätzter und simulierter Rückstaulänge.  
(Testkreuzung 2, Zuflussarm Süd – 1.7.2007 bis 31.7.2007 bzw. 1.8.2007 bis 31.8.2007)

Referenzrückstaulängen zeigt – „korrekter“ Weise tatsächlich den vollständigen Wegfall der typischen Morgenspitze.

Der Grund für das Ausbleiben längerer Rückstaus ist dabei letztlich in der konkreten Auswahl des Untersuchungszeitraums zu suchen. Wie bereits in Abschnitt 7.2 erwähnt, liegt der August 2007 bezogen auf Nürnberg bzw. Bayern vollständig in der klassischen Urlaubszeit während der Schulferien. Folglich ist es erfahrungsgemäß nicht verwunderlich, dass die Auswirkungen des Berufsverkehrs im Gegensatz zum Juli, bei dem nur ein einziger Ferientag in die obige Auswertung einfließt, deutlich geringer ausfallen. Insbesondere handelt es sich bei den diskutierten Unterschieden zwischen den Ganglinien der Abbildungen 9-5 bzw. 9-6 also keineswegs um Fehler des neuen Verfahrens. Vielmehr zeigt sich, dass offenbar trotz niedriger FCD-Abdeckung (vgl. Abschnitt 9.2.3) saisonale Effekte bei den Tagesgängen der Rückstaulänge deutlich erkennbar erfasst werden.

### 9.2.3 Abschätzung des realen FCD-Abdeckungsgrades

Bereits mehrfach wurde auf die im Vergleich zum Gesamtverkehr geringe Anzahl verfügbarer Floating Cars hingewiesen. Mittels der bekannten Verkehrsstärken im südlichen Zuflussarm der Testkreuzung 2 lässt sich der tatsächliche Abdeckungsgrad lokal sogar grob abschätzen.

Nimmt man dazu vereinfachend an, dass jeder Datenpunkt auf den beiden zugehörigen Netzkanten (vgl. Abb. 7-4) einem anderen Floating Car entspricht, so ergibt sich die mittlere FCD-Abdeckung  $\rho$  unmittelbar aus dem Quotienten<sup>5</sup>

$$\rho = \frac{\text{Anzahl an Positionsmeldungen}}{\text{Gesamtanzahl an Fahrzeugen}} \quad (9.2)$$

Mit konkreten Werten folgt bezogen auf den gesamten Untersuchungszeitraum somit

$$\rho = \frac{1\,721}{964\,843} \approx 0.178\%. \quad (9.3)$$

Auch unter Berücksichtigung möglicher, tageszeitlicher Schwankungen bewegt sich die lokale FCD-Abdeckung im zugrundeliegenden Taxi-FCD-System (vgl. Abschnitt 7.1) also gegenwärtig deutlich an der unteren Grenze dessen, was gemäß den simulationsgebundenen Untersuchungen im theoretischen Teil I der vorliegenden Arbeit für gute Ergebnisse an Daten erforderlich ist<sup>6</sup> (vgl. Abschnitt 5.2.2).

Hinzu kommt, dass das durchschnittliche Zeitintervall  $\Delta t$  zwischen zwei Meldungen desselben Floating Cars im verwendeten Datensatz bezogen auf das gesamte Stadtgebiet von Nürnberg durchschnittlich 72.9 Sekunden beträgt<sup>7</sup> und damit weit oberhalb der in Kapitel 5 als ideal angenommenen 5 Sekunden liegt. Umso bemerkenswerter ist es, dass im Zuge der praktischen Testanwendungen des neuen Verfahrens in den vorangegangenen Abschnitten bis hin zur klaren Detektion saisonaler Effekte (s. Abschnitt 9.2.2) zumeist sehr gute und plausible Ergebnisse erzielt werden konnten.

---

<sup>5</sup>Korrekterweise ergibt sich die mittlere FCD-Abdeckung entgegen der Vereinfachung in Gleichung (9.2) natürlich gemäß  $\rho = \frac{\text{Anzahl an Floating Cars}}{\text{Gesamtanzahl an Fahrzeugen}}$ . Da zumindest stets „Anzahl an Floating Cars  $\leq$  Anzahl an Positionsmeldungen“ gilt, ist der in Gleichung (9.3) geschätzte Wert jedenfalls eine obere Schranke. In Wirklichkeit dürfte der mittlere Abdeckungsgrad leicht unterhalb der berechneten 0.178% liegen.

<sup>6</sup>Es sei darauf hingewiesen, dass die errechnete, mittlere FCD-Abdeckung von 0.178% zunächst selbstverständlich nur für den südlichen Zuflussarm der Testkreuzung 2 gilt. Aufgrund räumlicher Unterschiede bei der Befahrung von bestimmten Strecken durch Taxis, können an anderen Stellen im Netz lokal mitunter abweichende Werte auftreten. Nichtsdestotrotz dürfte gegenwärtig auch an Knotenpunkten, die vermeintlich stärker von Floating Cars frequentiert werden, eine Abdeckung deutlich oberhalb von 1% die Ausnahme sein.

<sup>7</sup>Zur Berechnung des mittleren Meldeintervalls  $\Delta t$  wurden über den gesamten Untersuchungszeitraum hinweg die Zeitstempel in den für Nürnberg verfügbaren Positionsdaten nach Fahrzeugidentifikationsnummern differenziert und entsprechend ausgewertet.



## 10 Bewertung der praktischen Ergebnisse

Basierend auf den simulationsgebundenen Analysen aus Kapitel 5 war es eines der wesentlichen Ziele des praktischen Teils II der vorliegenden Arbeit zu demonstrieren, dass mit dem neu entwickelten Verfahren zur Rückstaulängenschätzung an Lichtsignalanlagen auch unter Realbedingungen gute Ergebnisse erzielt werden können. Dies ist insofern wichtig, als dass jede Simulation natürlich nur näherungsweise die Wirklichkeit abbilden kann. Umso mehr gilt diese Feststellung, weil im Teil I mit dem deterministischen Nagel-Schreckenberg Modell (s. Abschnitt 2.1) eine zwar einfache, teilweise aber auch sehr grobe Modellierung des Verkehrsflusses vorgenommen wurde. Ferner wurden potentielle Fehlerquellen wie GPS-Ungenauigkeit bzw. Map-Matching-Fehler (vgl. Abschnitt 7.1) im Rahmen der Simulationen vollständig ausgeblendet.

Nichtsdestotrotz kann rückblickend festgestellt werden, dass die praktischen Untersuchungen der vorangegangenen Kapitel 8 und 9 nahezu uneingeschränkt die Ergebnisse der früheren Analysen bestätigen. Wie im Abschnitt 5.4 können Tagesgänge der mittleren Rückstaulänge bis hin zur eindeutigen Detektion saisonaler Effekte (s. Abschnitt 9.2.2) meist zuverlässig erfasst werden. Dass sich dabei einzelne Ausreißer angesichts der im Vergleich zur Simulation noch einmal deutlich niedrigeren FCD-Abdeckung von zum Teil unter 0.2% nicht vermeiden lassen, deckt sich im Übrigen ebenso mit den theoretischen Untersuchungen wie die beobachteten Verbesserungen, die sich mittels längerer Aggregationszeiträume bzw. einer geeigneten Datenfusion hinsichtlich der Schätzqualität erzielen lassen (vgl. Abschnitt 5.2 bzw. 9.2).

Gerade die flexible Schnittstelle zur Integration zusätzlicher Verkehrsinformationen stellt sich in diesem Zusammenhang als besondere Stärke des neuen Verfahrens heraus. Jedoch ist die Kalibrierung der entsprechenden a-priori-Gewichte  $w_q$  aufgrund des großen Spielraums an Möglichkeiten keineswegs trivial. Zukünftige Untersuchungen sollten sich daher intensiver mit der optimalen Wahl der  $w_q$  beschäftigen. Insbesondere sollten auch Gewichte ungleich 0 bzw. 1 ins Auge gefasst werden (vgl. Abschnitt 9.1). In jedem Fall eröffnet sich ein großes Betätigungsfeld für weitere, theoretische und praktische Forschungen.

Aber auch sonst spielt die Kalibrierung des Verfahrens eine wesentliche Rolle. Vor allem die Festlegung des jeweils für die Auswertung relevanten Streckenbereichs im Zufluss der betrachteten Kreuzung und die Lokalisierung der Haltelinie erfordern eine gewisse Sorgfalt. Mittels des in Abschnitt 8.2 beschriebenen, graphischen Ansatzes lässt sich die Bestimmung der entsprechenden Parameter gegenwärtig allerdings nur manuell vornehmen. Im Hinblick auf einen leicht zu realisierenden, flächendeckenden Einsatz der neuen Methode zur Rückstaulängenschätzung ist daher im Rahmen zukünftiger Projekte unbedingt ein Verfahren zu entwickeln, das diese Kalibrierung automatisch vornimmt und damit den Benutzer bei der Einrichtung des Systems wesentlich entlastet.

Darüber hinaus steht ein endgültiger Nachweis hinsichtlich der tatsächlichen Schätzqualität des neuen Verfahrens unter Realbedingungen noch aus. Zwar haben die in den vorangegangenen Kapiteln 8 und 9 dargestellten Ergebnisse für die beiden in Abschnitt 7.2 beschriebenen Testkreuzungen wesentliche Indizien geliefert, die zusammen mit der simulationsbasierten Analyse im Teil I der vorliegenden Arbeit auf ein großes Potential der vorgestellten Methodik hindeuten. Dennoch sollten die Resultate in jedem Fall noch einmal im Rahmen einer systematischen Felduntersuchung mit entsprechenden, tatsächlich gemessenen Referenzgrößen validiert werden.

Auf die Notwendigkeit, nicht nur – wie bisher – isolierte Kreuzungen zu betrachten, sondern wesentlich auch die sich im Netzzusammenhang ergebenden Einflüsse zu analysieren, wurde bereits bei der Bewertung der theoretischen Ergebnisse in Kapitel 6 hingewiesen. Hinzu kommt, dass auf eine Unterscheidung nach Abbiegebeziehungen bzw. Fahrspuren bei der Rückstaulängenschätzung aufgrund der zur Zeit sehr niedrigen FCD-Abdeckung (vgl. Abschnitt 9.2.3) bislang

verzichtet wurde. Angesichts potentiell detaillierterer Informationen zu den Verkehrszuständen an signalisierten Knotenpunkten, dürfte eine genauere Betrachtung – sofern zukünftige Datenmengen dies zulassen – allerdings selbstverständlich von Vorteil sein.

Interessant ist vor allem die Frage, welchen Nutzen beispielsweise zukünftige, mit klassischen Floating-Car-Daten zum Teil eng verwandte C2X-Daten<sup>1</sup> mit sich bringen können. Neben einer Verbreiterung der Datenbasis an GPS-Positionen könnte unter anderem zugleich eine Integration über die Datenfusionsschnittstelle des neuen Ansatzes sinnvoll sein. Denkbar wäre etwa auch eine Kombination mit anderen Methoden zur Rückstaulängenschätzung (s. z.B. [PF08a, PF08b]). Insbesondere eröffnet sich dadurch möglicherweise die Chance, mit der neuen Methodik – anders als bisher – nicht nur mittlere Rückstaulängen über mehrere Tage oder Wochen zu schätzen (vgl. Abschnitt 8.3 bzw. 9.2), sondern auch bei kurzen Zeithorizonten unterhalb einer Stunde bis hin zu wenigen Minuten präzise Verkehrszustandsinformationen etwa für eine adaptive Lichtsignalsteuerung bereitzustellen.

Ungeachtet der vorgenannten, offenen Fragen stellt das im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Verfahren allerdings bereits zum jetzigen Zeitpunkt eine kostengünstige und vielversprechende Methode dar, um die über einen längeren Zeitraum ansonsten nur schwer messbaren Rückstaulängen an Lichtsignalanlagen prinzipiell flächendeckend zu erfassen. Die erforderlichen Floating-Car-Daten liegen dazu beispielsweise in vorhandenen Flottendispositionssystemen moderner Taxizentralen häufig bereits gebündelt vor und können von dort praktisch ohne Kosten zur Verfügung gestellt werden. Neben eines handelsüblichen PCs zur Durchführung der erforderlichen Berechnungen im Zuge der Rückstaulängenschätzung und einer einfachen Internetverbindung zwischen Taxizentrale und dem Standort der weiteren Datenverarbeitung (z.B. einer Verkehrsmanagementzentrale) ist keine zusätzliche Hardware bzw. Infrastruktur erforderlich.

Datenschutzbedenken können indes in dem Sinne minimiert werden, als dass das neu entwickelte Verfahren unter der Annahme, dass auch das Map-Matching ohne entsprechende Informationen auskommt<sup>2</sup>, an keiner Stelle auf die Identifizierung bzw. Wiedererkennung einzelner Fahrzeuge angewiesen ist.

Die Anwendungen des neuen Verfahrens sind dementsprechend breit gestreut, zumal der Ansatz, gemessene GPS-Positionen einzelner Fahrzeuge mit modellbasierten Profilen der lokalen Verkehrsdichte zu vergleichen, prinzipiell nicht auf die Rückstaulängenschätzung an Lichtsignalanlagen beschränkt ist. Das folgende, abschließende Kapitel diskutiert unter anderem kurz die grundsätzlichen Möglichkeiten und gibt einen Ausblick auf weitere Entwicklungen und Einsatzgebiete.

---

<sup>1</sup>Die Abkürzung C2X (car-to-X) bezeichnet die Kommunikation zwischen Fahrzeugen und Infrastruktur (auch C2I = car-to-infrastructure) bzw. zwischen Fahrzeugen untereinander (auch C2C = car-to-car). Als wesentlicher Bestandteil kooperativer Systeme im Straßenverkehr steht C2X seit einigen Jahren im Fokus der europäischen Forschung im Bereich intelligenter Transport- bzw. Verkehrssysteme (vgl. [Bun08b, Eur08]).

<sup>2</sup>Der derzeit eingesetzte Map-Matching-Algorithmus des DLR (s. Abschnitt 7.1.2) benötigt zwar die Möglichkeit, Fahrzeuge im Netz zu verfolgen und daraus entsprechende Trajektorien zu bilden. Prinzipiell sind aber auch Map-Matching-Verfahren denkbar, die ohne die Identifizierung einzelner Fahrzeuge auskommen. Gerade im Zuge der Verbesserung der Ortungsgenauigkeit etwa durch das Europäische Satellitennavigationssystem Galileo (vgl. [EIR06]) werden komplizierte Methoden möglicherweise ohnehin nicht mehr zwingend erforderlich sein (vgl. [QON07]).

## 11 Schlussfolgerungen

Im Rahmen eines modernen Verkehrsmanagements spielen verlässliche Verkehrsdaten eine zentrale Rolle. Darüber hinaus benötigt unter anderem die Verkehrsplanung grundlegende Informationen über das reale Verkehrsgeschehen. Basierend auf einem neuen, statistischen Ansatz zur Auswertung klassischer Floating-Car-Daten, bei dem letztlich die räumliche Verteilung der erfassten GPS-Positionen mit geeigneten, modellgestützten Profilen der lokalen Verkehrsdichte in Beziehung gesetzt wird, liefert das im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Verfahren in diesem Zusammenhang seinen Beitrag zu einer Verbesserung des innerstädtischen Verkehrsmonitorings.

Bezogen auf die Rückstaulängenschätzung an Lichtsignalanlagen können dabei schon mit niedrigen FCD-Abdeckungsgraden sehr gute Ergebnisse erzielt werden. Mittlere Fehler von weniger als 2 Fahrzeuglängen wurden im Rahmen der Simulation teilweise schon bei einem Anteil an Floating Cars unter 1% verlässlich nachgewiesen (s. Kapitel 5). Ferner konnten auch aus realen Floating-Car-Daten plausible Tagesgänge der mittleren Rückstaulänge errechnet sowie saisonale Effekte detektiert werden (s. Kapitel 8 bzw. 9). Darüber hinaus hat das neue Verfahren eine gewisse Robustheit gezeigt, sodass bei vielen der erforderlichen Modellparameter wie den Grün- und Rotzeiten oder der Länge des jeweils relevanten Streckenabschnitts im Zufluss der betrachteten Kreuzung häufig eine vergleichsweise grobe Festlegung ausreicht, ohne dass die Ergebnisqualität übermäßig darunter leidet.

Bemerkenswert ist insbesondere, dass mit der vorgestellten Methodik letztlich eine flächendeckende, knotenpunktbezogene<sup>1</sup> Verkehrslageerfassung bei minimalen Kosten möglich ist. Dabei spielen Datenschutzbedenken trotz der Erfassung der Positionen einzelner Verkehrsteilnehmer aufgrund der nicht erforderlichen Fahrzeugidentifizierung bzw. -wiedererkennung keine Rolle, sodass beispielsweise im Zuge der C2X-Technologie zukünftig auch entsprechende Positionsdaten privater Fahrzeuge in großem Umfang problemlos genutzt werden könnten. Die dadurch sich ergebende, höhere FCD-Abdeckung lässt schließlich auf weitere, deutliche Verbesserungen der Schätzergebnisse bei vor allem kürzerem Zeithorizont hoffen.

Der wesentliche Schlüssel zur Steigerung der Ergebnisqualität liegt allerdings in der Datenfusion. Insbesondere die flexible Integration von zusätzlichen Verkehrsdaten bis hin zur Kombination mit weiteren, vorgeschalteten Detektionsalgorithmen eröffnet hier ein großes Potential. Neben zahlreichen, anderen Fragestellungen zum neuen Verfahren, die noch näher untersucht werden sollten, muss daher insbesondere die optimale Wahl der a-priori-Gewichte im Rahmen der verallgemeinerten Maximum-Likelihood-Schätzung (vgl. Abschnitt 5.1) Gegenstand der weiteren Forschung sein.

Wie zum Teil schon in früheren Kapiteln erwähnt, beziehen sich Weiterentwicklungen des vorgestellten Ansatzes ansonsten unter anderem auf einen systematischen Feldtest sowie auf die Berücksichtigung von nicht-signalisierten Knotenpunkten und Netzeffekten, die im Rahmen der Betrachtung isolierter Kreuzungen nicht beobachtet werden können. Die Ableitung zusätzlicher Verkehrskenngrößen wie Wartezeiten oder Emissionen ist ebenso interessant. Darüber hinaus wird für die flächendeckende Anwendung des Verfahrens zur Vereinfachung der Systemimplementierung unbedingt eine Methode zur automatischen Kalibrierung der erforderlichen Modellparameter benötigt.

Aus theoretischer Sicht könnte es ferner sinnvoll sein, ergänzend zu den bereits neu erzielten, analytischen Resultaten zum deterministischen Nagel-Schreckenberg Modell (s. Kapitel 2 bis 4) auch komplexere und realistischere Verkehrsflussmodelle in Bezug auf ihren Nutzen für den be-

---

<sup>1</sup>Klassische FCD-Ansätze liefern in der Regel routenbezogene Informationen wie Reisezeiten, die sich für die Bewertung des Verkehrszustandes an einzelnen Kreuzung nur bedingt eignen.

beschriebenen Ansatz des Verkehrsmonitorings zu untersuchen. Denkbar sind beispielsweise sowohl stochastische Varianten des betrachteten Zellularautomaten, aber auch verschiedene, kontinuierliche Modelle.

Weitestgehend unabhängig von einzelnen Weiterentwicklungen lässt sich aber bereits zum jetzigen Zeitpunkt das weite Feld möglicher Anwendungen des neuen Verfahrens abschätzen. Angesichts der prinzipiell möglichen Erfassung mittel- und langfristiger Effekte im Verkehrsverhalten (vgl. Abschnitt 9.2.2) reicht das Einsatzgebiet schon bei derzeitigen FCD-Abdeckungsgraden von der Überwachung und Anpassung von Lichtsignalplänen im Sinne eines Qualitätsmanagements bis hin zur Detektion der dauerhaften Verlagerung von Verkehrsströmen mit entsprechendem Nutzen für die allgemeine Verkehrsplanung.

Ferner liefert der vorgestellte Ansatz neben Rückstaulängen implizit die mittlere Verkehrsnachfrage für die jeweils betrachteten Straßenabschnitte. Bei geeigneter Kalibrierung des Verfahrens ist somit prinzipiell insbesondere auch die indirekte Schätzung von Verkehrsstärken aus Floating-Car-Daten möglich, sodass kostengünstig vor allem dort die Verkehrsbelastung grob erfasst werden kann, wo Messungen aus lokaler Detektion derzeit nicht verfügbar sind. Verbesserte Ergebnisse der Verkehrsumlegung, die maßgeblich in der Verkehrsplanung und der Simulation von Verkehr in regionalen und überregionalen Netzen Verwendung findet, sind dadurch potentiell möglich.

Anwendungen der geschätzten Rückstaulängen bzw. zukünftig auch weiterer Verkehrskenngrößen erlauben weiterhin eine gegebenenfalls multikriterielle Optimierung im Bereich der individuellen Routenplanung. Neben einem statischen Ansatz, der wesentlich auf Mittelwerten über mehrere Tage oder Wochen beruht, sind mit höheren FCD-Abdeckungsgraden insbesondere auch unmittelbar verkehrsadaptive Navigationslösungen vorstellbar, die dynamisch und zeitaktuell auf Staus und Wartezeiten im Verkehrsnetz reagieren. Die FCD-basierte Störungserkennung selbst ist folglich ebenfalls ein mögliches Einsatzgebiet der beschriebenen Detektionsmethode. Nicht zuletzt sei selbstverständlich die adaptive Lichtsignalsteuerung genannt, die im Rahmen des Verkehrsmanagements wichtige Potentiale in Bezug auf Effizienzsteigerungen vor allem im städtischen Straßenverkehr birgt.

Alles in allem lässt sich angesichts der Qualität der im Rahmen der vorliegenden Arbeit gewonnenen Ergebnisse und der Vielzahl an Anwendungsmöglichkeiten des neu entwickelten Verfahrens somit schlussfolgern, dass es eine lohnende Zielsetzung sein dürfte, den bisherigen Ansatz intensiv weiter zu verfolgen, um ihn unter flexibler Einbeziehung weiterer Detektionsmethoden und aktueller wie zukünftiger Verkehrsdaten langfristig zu einem umfassenden System des urbanen Verkehrsmonitorings als integraler Bestandteil eines effizienten Verkehrsmanagements auszubauen. Die Grundlagen hierzu sind mit den beschriebenen Algorithmen und Analysen jedenfalls gelegt.

**Teil III.**

**Anhang**



# A Mathematische Grundlagen

## A.1 Diskrete Markovketten

Diskrete Markovketten sind eine spezielle Klasse stochastischer Prozesse und bestehen aus Zufallsvariablen  $X_0, X_1, X_2, \dots$  mit Werten in einem sogenannten (abzählbaren) Zustandsraum  $S$ . Ist der Zustandsraum  $S$  endlich, spricht man auch von endlichen Markovketten<sup>1</sup>. Die Zufallsvariable  $X_{t+1}$  bezeichnet dabei jeweils den Zustand des Prozesses zur Zeit  $t+1$  und hängt formal von den (zufälligen) vergangenen Zuständen  $X_0, \dots, X_t$  ab, d.h. die Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $X_{t+1}$  ist in der Regel durch die bedingten Wahrscheinlichkeiten

$$\mathbb{P}(X_{t+1} = s^{(t+1)} | X_t = s^{(t)}, \dots, X_0 = s^{(0)}) \quad (\text{A.1})$$

für alle  $s^{(0)}, \dots, s^{(t+1)} \in S$  definiert.

Das Besondere an Markovketten ist nun die sogenannte Markov-Eigenschaft bzw. Gedächtnislosigkeit. Diese besagt, dass letztlich nur der jeweils aktuelle Zustand zur Zeit  $t$ , nicht aber die restliche Vergangenheit des Prozesses den Zustand  $X_{t+1}$  zur Zeit  $t+1$  beeinflusst. Für die oben genannten, bedingten Wahrscheinlichkeiten gilt also

$$\mathbb{P}(X_{t+1} = s^{(t+1)} | X_t = s^{(t)}, \dots, X_0 = s^{(0)}) = \mathbb{P}(X_{t+1} = s^{(t+1)} | X_t = s^{(t)}) \quad (\text{A.2})$$

für alle  $s^{(0)}, \dots, s^{(t+1)} \in S$  und  $t \in \mathbb{N}_0$ . Man überlegt sich leicht, dass dies eine wesentliche, mathematische Vereinfachung bedeutet, insbesondere wenn die sogenannten Übergangswahrscheinlichkeiten aus (A.2) unabhängig von  $t$  sind und die Dynamik des Prozesses entsprechend über die Zeit hinweg unverändert bleibt. Man spricht dann auch von einer homogenen Markovkette.

Liegt darüber hinaus ein endlicher Zustandsraum  $S = \{s_1, \dots, s_n\}$  vor, so lassen sich die Übergangswahrscheinlichkeiten  $p_{ij} := \mathbb{P}(X_{t+1} = s_j | X_t = s_i)$  mit  $i, j = 1, \dots, n$  zu einer sogenannten Übergangsmatrix  $P$  zusammenfassen, nämlich

$$P := (p_{ij})_{i,j=1,\dots,n}. \quad (\text{A.3})$$

Der Vorteil dieser Notation ist, dass in Kombination mit der Vektorschreibweise

$$\mu^{(t)} := (\mu_1^{(t)}, \dots, \mu_n^{(t)}) := (\mathbb{P}(X_t = s_1), \dots, \mathbb{P}(X_t = s_n)) \quad (\text{A.4})$$

für die Verteilung des (zufälligen) Zustandes  $X_t$  des Prozesses für alle  $t$  die folgende, einfache Beziehung gilt:

$$\mu^{(t+1)} = \mu^{(t)} P. \quad (\text{A.5})$$

Durch Rekursion ergibt sich ferner

$$\mu^{(t)} = \mu^{(0)} P^t, \quad (\text{A.6})$$

und man erkennt, dass  $\mu^{(t)}$  für alle  $t$  mittels einfacher Matrizenmultiplikation aus der sogenannten Anfangsverteilung  $\mu^{(0)}$  abgeleitet werden kann.

Besondere Verteilungen sind schließlich solche  $\pi := (\pi_1, \dots, \pi_n)$  mit  $\sum_{i=1}^n \pi_i = 1$  und der Eigenschaft

$$\pi = \pi P. \quad (\text{A.7})$$

<sup>1</sup>Eine ausführliche, mathematisch fundierte Einführung zu diskreten Markovketten liefert beispielsweise [Als05]. Für einen leichteren Einstieg in den Themenkomplex endlicher Markovketten und deren Anwendungen kann das Buch [Häg02] von Olle Häggström empfohlen werden.

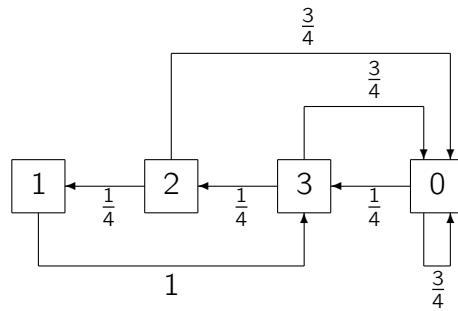
Offenbar sind in diesem Fall die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Zustände  $s_1, \dots, s_n$  der Markovkette über die Zeit konstant, weshalb  $\pi$  auch stationäre Verteilung oder Gleichgewichtsverteilung heißt. Man kann zeigen, dass jede endliche Markovkette mindestens eine stationäre Verteilung besitzt. Darüber hinaus lassen sich für Markovketten mit bestimmten Zusatzeigenschaften noch stärkere Aussagen beweisen.

Dazu definiert man zunächst den Begriff der Erreichbarkeit. Seien also  $s_i, s_j \in S$  zwei Zustände der betrachteten (homogenen) Markovkette, dann heißt  $s_j$  von  $s_i$  aus erreichbar, falls es ein  $t \in \mathbb{N}_0$  gibt, sodass

$$\mathbb{P}(X_t = s_j | X_0 = s_i) > 0 \quad (\text{A.8})$$

gilt. Mit anderen Worten landet die Markovkette ausgehend vom Zustand  $s_i$  also mit positiver Wahrscheinlichkeit nach endlich vielen, nämlich  $t$  Zeitschritten im Zustand  $s_j$ . Man schreibt auch  $s_i \rightarrow s_j$ . Zwei Zustände  $s_i, s_j \in S$  heißen schließlich kommunizierend, falls  $s_i \rightarrow s_j$  und  $s_j \rightarrow s_i$  (kurz  $s_i \leftrightarrow s_j$ ) gilt.

Eine Markovkette nennt man dann irreduzibel, falls für alle  $s_i, s_j \in S$  die Bedingung  $s_i \leftrightarrow s_j$  erfüllt ist. Man kann zeigen, dass jede endliche, irreduzible Markovkette nicht nur mindestens eine, sondern genau eine stationäre Verteilung besitzt. Besonders gut lässt sich die Irreduzibilität einer Markovkette im Übrigen an ihrem Übergangsgraphen erkennen. Dabei werden die Zustände aus  $S$  als Knoten dargestellt, während die gerichteten Kanten zusammen mit den zugehörigen Übergangswahrscheinlichkeiten die möglichen Übergänge zwischen den Zuständen beschreiben. Abbildung A-1 zeigt ein einfaches Beispiel.



**Abbildung A-1:** Beispiel eines Übergangsgraphen einer Markovkette (vgl. Abb. 2-3).

Die Irreduzibilität liest man dann daran ab, dass es von jedem zu jedem Knoten einen Pfad mit positiver Wahrscheinlichkeit gibt.

Eine weitere, potentielle und wichtige Eigenschaft von (homogenen) Markovketten ist darüber hinaus die sogenannte Aperiodizität. Formal nennt man dabei einen Zustand  $s \in S$  aperiodisch, falls

$$\text{ggT} \{ t \geq 1 \mid \mathbb{P}(X_t = s | X_0 = s) > 0 \} = 1 \quad (\text{A.9})$$

gilt. Eine Markovkette heißt aperiodisch, wenn alle ihre Zustände aperiodisch sind. Man kann im Übrigen zeigen, dass eine irreduzible Markovkette bereits dann aperiodisch ist, wenn *einer* ihrer Zustände aperiodisch ist. Insbesondere ist es bei irreduziblen Markovketten für die Aperiodizität hinreichend (aber nicht notwendig), wenn es einen Zustand  $s^* \in S$  gibt, der sich mit positiver Wahrscheinlichkeit innerhalb eines Zeitschritts nicht ändert. Offensichtlich ist die Bedingung (A.9) in diesem Fall mit  $s = s^*$  nämlich automatisch erfüllt.

Mit Hilfe des soeben beschriebenen, speziellen Kriteriums erkennt man die Aperiodizität einer irreduziblen Markovkette schließlich häufig sehr leicht an ihrem zugehörigen Übergangsgraphen. Abbildung A-1 liefert dazu mit dem Zustand  $s^* = 0$  erneut ein entsprechendes Beispiel.

Aber auch an der Übergangsmatrix  $P$  einer (endlichen) Markovkette lassen sich gelegentlich



direkt die Irreduzibilität und Aperiodizität ablesen. Mit Blick auf Abschnitt 4.1 überlegt man sich beispielsweise leicht, dass eine Matrix der Form

$$P = \begin{pmatrix} ? & \star & & ? \\ \star & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & \star \\ ? & & \star & ? \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

mit echt positiven Einträgen  $\star$  auf den beiden Nebendiagonalen und ansonsten beliebigen Übergangswahrscheinlichkeiten bereits die Irreduzibilität der zugehörigen Markovkette impliziert<sup>2</sup>. Sind dann zusätzlich mindestens ein oder gegebenenfalls sogar alle Diagonalelemente größer als 0, so folgt automatisch auch die Aperiodizität.

Ist nun eine endliche Markovkette irreduzibel und aperiodisch, so gilt die folgende, zentrale Konvergenzaussage, die gerade für praktische Anwendungen häufig von grundlegender Bedeutung ist (vgl. Abschnitt 2.2 bzw. Kapitel 4).

**Satz A.1** *Sei  $(X_0, X_1, \dots)$  eine irreduzible, aperiodische Markovkette mit endlichem Zustandsraum  $S := \{s_1, \dots, s_n\}$ . Dann konvergieren die Verteilungen  $\mu^{(t)}$  der Zustände zur Zeit  $t$  für jede Anfangsverteilung  $\mu^{(0)}$  in totaler Variation gegen die eindeutig bestimmte, stationäre Verteilung  $\pi$  der Markovkette, d.h. es gilt*

$$\sum_{i=1}^n \left| \mu_i^{(t)} - \pi_i \right| \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0.$$

Mit anderen Worten konvergieren die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Zustände unabhängig vom Anfangszustand der Markovkette gegen die entsprechenden, stationären Wahrscheinlichkeiten, sodass sich im Laufe der Zeit stets dasselbe, stochastische Gleichgewicht einstellt. Zwar sagt der Satz A.1 nichts über die Konvergenzgeschwindigkeit aus, jedoch reicht in vielen Fällen bereits eine „überschaubare“ Anzahl an Zeitschritten aus, um einen annähernd stationären Zustand zu erreichen (vgl. z.B. Abschnitt 5.2.1). Eine detaillierte Diskussion des Konvergenzverhaltens endlicher Markovketten findet sich ansonsten in [Als05].

Abschließend sei darauf hingewiesen, dass die Aussage des Satzes A.1 zunächst einmal nur für endliche Markovketten gilt. Bei diskreten Markovketten mit einem abzählbar unendlichen Zustandsraum  $S$  reicht insbesondere die Eigenschaft der Irreduzibilität nicht aus, um die Konvergenz gegen eine stationäre Verteilung  $\pi$  zu gewährleisten. Beispiele sind unter anderem klassische Warteschlangenmodelle mit unendlicher Wartekapazität, die bei Übersättigung nicht einmal eine stationäre Verteilung besitzen (vgl. Einleitung zu Kapitel 4). Um dementsprechend auch im allgemeineren Fall die Konvergenz sicherzustellen, ist anstatt der Irreduzibilität die sogenannte positive Rekurrenz als etwas stärkere Eigenschaft erforderlich. Aufgrund der untergeordneten Bedeutung im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll auf diesen Themenkomplex an dieser Stelle allerdings nicht näher eingegangen werden. Umfassende Erklärungen findet man zum Beispiel in [Als05].

Stattdessen sei lediglich erwähnt, dass aperiodische, positiv rekurrente, diskrete Markovketten häufig auch ergodisch genannt werden. Die Ergodizität einer Markovkette ist dann hinreichend für die Gültigkeit der Verallgemeinerung des Satzes A.1 mit abzählbar unendlichem statt endlichem Zustandsraum  $S$ . Eine präzise Formulierung des entsprechenden, sogenannten Ergodensatzes für aperiodische, positiv rekurrente, diskrete Markovketten kann inklusive des vollständigen, mathematischen Beweises ebenfalls in [Als05] nachgeschlagen werden.

<sup>2</sup>Man beachte, dass die Umkehrung selbstverständlich nicht gilt, d.h. nicht jede Übergangsmatrix einer irreduziblen Markovkette besitzt notwendig echt positive Nebendiagonalelemente.

## A.2 Bedingte Erwartungen

Mathematisch betrachtet ist der Themenkomplex bedingter Erwartungen – wie überhaupt ein Großteil der Wahrscheinlichkeitsrechnung – stark eingebettet in den Kontext der sogenannten Maß- und Integrationstheorie (vgl. [Als00, Bau96, Els02]). Eine umfassende Diskussion würde daher an dieser Stelle deutlich zu weit führen<sup>3</sup>. Ein anschauliches Verständnis bedingter Erwartungen ist glücklicherweise aber auch ohne detailliertes Hintergrundwissen möglich.

Seien dazu  $X$  und  $Y$  zwei Zufallsvariablen mit Erwartungswerten  $\mathbb{E}[X]$  und  $\mathbb{E}[Y]$ . Beispielsweise könnten  $Y$  die Rückstaulänge an einer bestimmten Lichtsignalanlage zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t$  und  $X$  die entsprechende Rückstaulänge einige Sekunden später sein. Mit Blick auf Abschnitt 4.2 sind aber auch andere Anwendungsfälle denkbar.

Die bedingte Erwartung  $\mathbb{E}(X|Y)$  bezeichnet dann den „Erwartungswert“ der Zufallsvariablen  $X$  unter der Voraussetzung, dass über  $Y$  bereits Informationen bekannt sind. Liegt beispielsweise zur Zeit  $t$  eine Rückstaulänge von ca. 10 Metern vor, so dürfte einige Sekunden später eine andere Rückstaulänge zu erwarten sein, als wenn der Rückstau zur Zeit  $t$  etwa 100 Meter umfasst. Das Beispiel impliziert dabei, dass die bedingte Erwartung  $\mathbb{E}(X|Y)$  in der Regel eine Funktion von  $Y$  ist, und dass normalerweise  $\mathbb{E}(X|Y) \neq \mathbb{E}[X]$  gilt<sup>4</sup>.

Eine Ausnahme liegt jedoch insbesondere im Fall der stochastischen Unabhängigkeit der Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  vor, bei dem tatsächlich die Gleichung  $\mathbb{E}(X|Y) = \mathbb{E}[X]$  erfüllt ist. Grund hierfür ist anschaulich, dass das zusätzliche Wissen über  $Y$  aufgrund der stochastischen Unabhängigkeit letztlich keine Rückschlüsse auf den konkreten Wert von  $X$  erlaubt.

Darüber hinaus gibt es umgekehrt den Spezialfall mit  $X = Y$ , bei dem automatisch die Beziehung  $\mathbb{E}(X|X) = X$  gilt. Auch dies ist anschaulich klar, denn der erwartete Wert für  $X$  ist bei bekanntem Wert für  $X$  selbstverständlich  $X$  selbst. Abschließend seien im Satz A.2 der Übersichtlichkeit wegen noch einmal die im Rahmen der vorliegenden Arbeit benötigten Rechenregeln für bedingte Erwartungen zusammengefasst. Dabei kommt mit Aussage ii) ergänzend zum bisher Gesagten noch die sogenannte Linearität hinzu.

**Satz A.2** *Seien  $X, Y, Z$  Zufallsvariablen mit den Erwartungswerten  $\mathbb{E}[X]$ ,  $\mathbb{E}[Y]$  und  $\mathbb{E}[Z]$ . Dann gilt:*

i)  $\mathbb{E}(X|X) = X$ ,

ii)  $\mathbb{E}(c_1X + c_2Y|Z) = c_1\mathbb{E}(X|Z) + c_2\mathbb{E}(Y|Z)$  für alle  $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ .

*Sind ferner  $X$  und  $Y$  stochastisch unabhängig, so gilt außerdem:*

iii)  $\mathbb{E}(X|Y) = \mathbb{E}[X]$ .

---

<sup>3</sup>Eine ausführliche Einführung zu bedingten Erwartungen (und in die Wahrscheinlichkeitstheorie allgemein) findet sich unter anderem in [Bau96].

<sup>4</sup>Der Einfachheit wegen sei hier wie im Folgenden darauf verzichtet, näher auf einzelne, maßtheoretische Feinheiten einzugehen wie die Tatsache, dass viele der genannten Gleichungen nur fast sicher gelten. Für eine präzise Darstellung sei auf die einschlägige Literatur (s. z.B. [Bau96]) verwiesen.

## B Ergänzende Analysen und Berechnungen

### B.1 Stationäre Wahrscheinlichkeiten beim Zuflussprozess

Entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 2.2 berechnet sich die tatsächliche Zuflussrate  $Q(q)$  in Abhängigkeit von der Verkehrsnachfrage  $q$  gemäß

$$Q(q) = q(1 - \pi_1), \quad (\text{B.1})$$

wobei  $\pi_1$  die stationäre Wahrscheinlichkeit dafür ist, dass die erste Zelle des Einsatzbereiches zu einem bestimmten Zeitpunkt belegt ist. Die entsprechende, vollständige Gleichgewichtsverteilung  $\pi = (\pi_0, \dots, \pi_{v_{\max}+1})$  der in Abschnitt 2.2 im Detail beschriebenen Markovkette für den Zuflussprozess ergibt sich in diesem Zusammenhang für  $q \in (0, 1)$  als Lösung des linearen Gleichungssystems (vgl. (2.7) - (2.9))

$$\pi_0 = \pi_0(1 - q) + \pi_2(1 - q) + \dots + \pi_{v_{\max}+1}(1 - q), \quad (\text{B.2})$$

$$\pi_i = q\pi_{i+1} \quad \text{für } i = 1, \dots, v_{\max}, \quad (\text{B.3})$$

$$\pi_{v_{\max}+1} = q\pi_0 + \pi_1 \quad (\text{B.4})$$

unter der Nebenbedingung

$$\sum_{i=0}^{v_{\max}+1} \pi_i = 1. \quad (\text{B.5})$$

Aus Gleichung (B.3) folgt dabei durch iteriertes Einsetzen unmittelbar

$$\pi_i = q^{v_{\max}-i+1} \pi_{v_{\max}+1} \quad (\text{B.6})$$

für alle  $i = 1, \dots, v_{\max} + 1$ . Somit lässt sich (B.4) umschreiben zu

$$\pi_{v_{\max}+1} = q\pi_0 + q^{v_{\max}} \pi_{v_{\max}+1}, \quad (\text{B.7})$$

und man erhält durch Umformung

$$\pi_0 = \frac{1 - q^{v_{\max}}}{q} \pi_{v_{\max}+1}. \quad (\text{B.8})$$

Zusammen mit (B.6) lassen sich folglich alle  $\pi_i$  in Abhängigkeit von  $\pi_{v_{\max}+1}$  angeben, sodass die Normierungsbedingung (B.5) in der Form

$$\left( \frac{1 - q^{v_{\max}}}{q} + \sum_{i=1}^{v_{\max}+1} q^{v_{\max}-i+1} \right) \pi_{v_{\max}+1} = 1 \quad (\text{B.9})$$

geschrieben werden kann. Löst man diese Gleichung unter Berücksichtigung der auftretenden, endlichen geometrischen Reihe (vgl. [BSM<sup>+</sup>01]) nach  $\pi_{v_{\max}+1}$  auf, so ergibt sich schließlich

$$\pi_{v_{\max}+1} = \frac{q(1 - q)}{1 - q^{v_{\max}} + q^{v_{\max}+1} - q^{v_{\max}+2}}, \quad (\text{B.10})$$

und Einsetzen in Gleichung (B.6) für  $i = 1$  liefert die gesuchte Formel für  $\pi_1$ :<sup>1</sup>

$$\pi_1 = \frac{q^{v_{\max}+1}(1-q)}{1 - q^{v_{\max}} + q^{v_{\max}+1} - q^{v_{\max}+2}}. \quad (\text{B.11})$$

Zusammen mit (B.1) folgt also wie bereits in Abschnitt 2.2 beschrieben für alle  $q \in (0, 1)$

$$Q(q) = \frac{q(1 - q^{v_{\max}})}{1 - q^{v_{\max}} + q^{v_{\max}+1} - q^{v_{\max}+2}}. \quad (\text{B.12})$$

## B.2 Monotonie der Zuflussrate

Gemäß Formel (2.13) ist der tatsächliche Zufluss  $Q(q)$  unter den in Kapitel 2 beschriebenen Rahmenbedingungen in Abhängigkeit von der Verkehrsfrage  $q$  gegeben durch

$$Q(q) = \begin{cases} \frac{q(1-q^{v_{\max}})}{1-q^{v_{\max}}+q^{v_{\max}+1}-q^{v_{\max}+2}} & \text{falls } 0 \leq q < 1, \\ Q_{\max} & \text{falls } q = 1. \end{cases} \quad (\text{B.13})$$

Offenbar ist die so definierte Funktion  $Q$  nach Konstruktion auf dem gesamten, abgeschlossenen Intervall  $[0, 1]$  stetig. Für den Nachweis, dass  $Q$  auf  $[0, 1]$  streng monoton wachsend ist, reicht es folglich aus, die entsprechende Eigenschaft auf dem offenen Intervall  $(0, 1)$  zu zeigen. Nun ist  $Q$  im gesamten Intervall  $(0, 1)$  sogar differenzierbar, sodass sich die strenge Monotonie sehr leicht dadurch beweisen lässt, dass die erste Ableitung  $Q'(q)$  für alle  $q \in (0, 1)$  echt positiv ist. Mittels einer einfachen Rechnung ergibt sich in diesem Zusammenhang der Term

$$Q'(q) = \frac{1 - 2q^{v_{\max}} - v_{\max}q^{v_{\max}+1} + (v_{\max} + 1)q^{v_{\max}+2} + q^{2v_{\max}} - q^{2v_{\max}+2}}{(1 - q^{v_{\max}} + q^{v_{\max}+1} - q^{v_{\max}+2})^2}. \quad (\text{B.14})$$

Hierbei ist der Nenner offenbar für alle  $q \in (0, 1)$  größer als 0. Folglich bleibt zu zeigen, dass auch der Zähler  $Z(q) := 1 - 2q^{v_{\max}} - v_{\max}q^{v_{\max}+1} + (v_{\max} + 1)q^{v_{\max}+2} + q^{2v_{\max}} - q^{2v_{\max}+2}$  von  $Q'(q)$  für alle  $q \in (0, 1)$  echt positiv ist. Dazu ist es sinnvoll,  $Z(q)$  in ein Produkt positiver Faktoren zu zerlegen, wobei sich nach einigem Überlegen die Darstellung

$$Z(q) = (1 - q)^2 \left( -q^{2v_{\max}} - 2 \sum_{k=v_{\max}+1}^{2v_{\max}-1} q^k + (v_{\max} - 1)q^{v_{\max}} + \sum_{k=0}^{v_{\max}-1} (k + 1)q^k \right) \quad (\text{B.15})$$

finden lässt. Um dies zu verifizieren, beachte man unter anderem die beiden Summendarstellungen (s. [BSM<sup>+</sup>01])

$$\sum_{k=0}^{v_{\max}-1} (k + 1)q^k = \frac{1 - (v_{\max} + 1)q^{v_{\max}} + v_{\max}q^{v_{\max}+1}}{(1 - q)^2} \quad (\text{B.16})$$

und

$$\sum_{k=v_{\max}+1}^{2v_{\max}-1} q^k = \sum_{k=0}^{2v_{\max}-1} q^k - \sum_{k=0}^{v_{\max}} q^k = \frac{1 - q^{2v_{\max}}}{1 - q} - \frac{1 - q^{v_{\max}+1}}{1 - q} = \frac{q^{v_{\max}+1} - q^{2v_{\max}}}{1 - q}. \quad (\text{B.17})$$

<sup>1</sup>Die entsprechenden Terme der anderen stationären Wahrscheinlichkeiten  $\pi_i$  ergeben sich ganz analog durch Einsetzen von (B.10) in Gleichung (B.6) mit  $i = 2, \dots, v_{\max} + 1$  bzw. in (B.8) für  $\pi_0$ .

Es gilt dann nämlich

$$\begin{aligned}
 & (1-q)^2 \left( -q^{2v_{\max}} - 2 \sum_{k=v_{\max}+1}^{2v_{\max}-1} q^k + (v_{\max}-1)q^{v_{\max}} + \sum_{k=0}^{v_{\max}-1} (k+1)q^k \right) \\
 = & (1-q)^2 \left( -q^{2v_{\max}} - 2 \frac{q^{v_{\max}+1} - q^{2v_{\max}}}{1-q} + (v_{\max}-1)q^{v_{\max}} + \dots \right. \\
 & \left. \dots + \frac{1 - (v_{\max}+1)q^{v_{\max}} + v_{\max}q^{v_{\max}+1}}{(1-q)^2} \right) \quad (\text{B.18}) \\
 = & \dots \quad (\text{Ausmultiplizieren}) \\
 = & 1 - 2q^{v_{\max}} - v_{\max}q^{v_{\max}+1} + (v_{\max}+1)q^{v_{\max}+2} + q^{2v_{\max}} - q^{2v_{\max}+2}.
 \end{aligned}$$

Nun sind aber in der Darstellung (B.15) mit  $q \in (0, 1)$  tatsächlich alle Faktoren echt positiv, wobei dies für den Faktor  $(1-q)^2$  natürlich trivial ist. Wegen  $q \in (0, 1)$  und  $v_{\max} \geq 1$  gilt aber auch für den zweiten Faktor

$$\begin{aligned}
 & -q^{2v_{\max}} - 2 \sum_{k=v_{\max}+1}^{2v_{\max}-1} q^k + (v_{\max}-1)q^{v_{\max}} + \sum_{k=0}^{v_{\max}-1} (k+1)q^k \\
 = & 1 - q^{2v_{\max}} + (v_{\max}-1)q^{v_{\max}} - 2 \sum_{k=1}^{v_{\max}-1} q^{k+v_{\max}} + \sum_{k=1}^{v_{\max}-1} (k+1)q^k \\
 \geq & 1 - q^{2v_{\max}} + (v_{\max}-1)q^{v_{\max}} - 2 \sum_{k=1}^{v_{\max}-1} q^{k+v_{\max}} + 2 \sum_{k=1}^{v_{\max}-1} q^k \quad (\text{B.19}) \\
 = & \underbrace{1 - q^{2v_{\max}}}_{>0} + \underbrace{(v_{\max}-1)q^{v_{\max}}}_{\geq 0} + 2 \sum_{k=1}^{v_{\max}-1} \underbrace{(q^k - q^{k+v_{\max}})}_{\geq 0} \\
 > & 0.
 \end{aligned}$$

Insgesamt ist somit die strenge Monotonie von  $Q$  auf dem Intervall  $[0, 1]$  vollständig bewiesen.

### B.3 Berechnung der Abflussfunktion

Entsprechend den Ausführungen des Abschnitts 3.1.1 ist im deterministischen Nagel-Schreckenberg Modell die maximale Anzahl an Fahrzeugen, die innerhalb von  $t$  Zeitschritten ab Beginn einer Freigabezeit ( $g \geq t$ ) aus einem Ampelrückstau abfließen, gegeben durch

$$s(t) = \max\{n \in \mathbb{N}_0 \mid d(n; v_{\max}) \leq t\}. \quad (\text{B.20})$$

Dabei beschreibt  $d(n; v_{\max})$  für  $n \in \mathbb{N}_0$  und  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  jeweils die Dauer, bis  $n$  Fahrzeuge unter der Annahme einer unbegrenzten Freigabezeit aus einem kompakten Rückstau unmittelbar an der Lichtsignalanlage aus dem System abgefließen sind.

Offenbar hängt also die gemäß (B.20) implizit definierte Abflussfunktion  $s : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$  wesentlich von der Funktion  $d$  ab. Mit Blick auf die spätere Herleitung einer expliziten Formel für  $s(t)$  müssen daher im Folgenden zunächst zwei technische Lemmata bezüglich  $d$  betrachtet werden.

**Lemma B.1** Für die Funktion  $d : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}_0$  mit  $(n; v_{\max}) \mapsto d(n; v_{\max})$  gilt:

$$a) \quad \lim_{v_{\max} \rightarrow \infty} d(n; v_{\max}) = \begin{cases} 0 & \text{falls } n = 0, \\ n + \left\lceil -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2n} \right\rceil - 1 & \text{falls } n \geq 1, \end{cases}$$

$$b) \ d(n; v_{\max}) = \begin{cases} 0 & \text{falls } n = 0, \\ n + \left\lceil -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2n} \right\rceil - 1 & \text{falls } 1 \leq n < n^*, \\ n^* + \left\lceil -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2n^*} \right\rceil - 1 + \left\lfloor \frac{v_{\max}+1}{v_{\max}}(n - n^*) \right\rfloor & \text{falls } n \geq n^*, \end{cases}$$

wobei  $n^* := 1 + v_{\max}(v_{\max} - 1)/2$ .

**Beweis:** a) Anhand der in Tabelle 3-1 (s. Abschnitt 3.1.1) vertafelten Funktionswerte von  $d$  erkennt man unter Berücksichtigung der enthaltenen Systematik leicht, dass  $d$  offenbar monoton fallend bezüglich  $v_{\max}$  ist. Wegen  $d(n; v_{\max}) \in \mathbb{N}_0$  für alle  $n \in \mathbb{N}_0$  und  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  gilt folglich stets

$$\lim_{v_{\max} \rightarrow \infty} d(n; v_{\max}) = \min_{v_{\max} \in \mathbb{N}} d(n; v_{\max}). \quad (\text{B.21})$$

Wiederum unter Beachtung der Systematik bei den Funktionswerten von  $d$  (vgl. Tab. 3-1) lässt sich dieses Minimum im nächsten Schritt für alle  $n \in \mathbb{N}_0$  umschreiben zu

$$\min_{v_{\max} \in \mathbb{N}} d(n; v_{\max}) = \underbrace{1 + (2) + (1 + 2) + (1 + 1 + 2) + (1 + 1 + 1 + 2) + \dots}_{n \text{ Summanden}}. \quad (\text{B.22})$$

Offenbar gilt also

$$\min_{v_{\max} \in \mathbb{N}} d(n; v_{\max}) = n + k(n) \quad (\text{B.23})$$

mit der von  $n$  abhängenden Anzahl  $k(n)$  an Summanden „2“ in der Darstellung (B.22). Dabei ist trivialerweise  $k(0) = 0$ . Zur expliziten Bestimmung von  $k(n)$  für  $n \geq 1$  beachte man, dass die Länge der Blöcke mit Summanden „1“ vor jeder „2“ in jedem Schritt um 1 zunimmt (vgl. Klammerung in (B.22)). Unter Berücksichtigung des ersten Summanden „1“ ergibt sich also für den  $\tilde{k}$ -ten Summanden „2“ die Position  $1 + \sum_{j=1}^{\tilde{k}} j = 1 + \frac{\tilde{k}(\tilde{k}+1)}{2}$  innerhalb der Summe in (B.22). Da diese aus insgesamt  $n$  Summanden besteht, folgt schließlich

$$k(n) = \max \left\{ \tilde{k} \in \mathbb{N}_0 \mid 1 + \frac{\tilde{k}(\tilde{k}+1)}{2} \leq n \right\} = \max \left\{ \tilde{k} \in \mathbb{N}_0 \mid \tilde{k}^2 + \tilde{k} - 2n < 0 \right\}. \quad (\text{B.24})$$

Das gesuchte Maximum kann dann durch Lösung der quadratischen Gleichung  $\tilde{k}^2 + \tilde{k} - 2n = 0$  bestimmt werden. Man berechnet sozusagen dasjenige  $\tilde{k} \in \mathbb{R}$ , für das die Nebenbedingung in (B.24) gerade eben nicht mehr erfüllt ist. Es ergeben sich die beiden Nullstellen

$$\tilde{k}_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 2n}. \quad (\text{B.25})$$

Da letztlich  $\tilde{k} \in \mathbb{N}_0$  gelten soll, folgt damit aber unter Beachtung der ursprünglichen Ungleichheit bei der Nebenbedingung in (B.24)

$$k(n) = \left\lceil -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2n} \right\rceil - 1 \quad (\text{B.26})$$

für alle  $n \geq 1$ . Setzt man dies schließlich zusammen mit dem Trivialfall  $k(0) = 0$  in Gleichung (B.23) ein, so ergibt sich wegen (B.21) die Behauptung a).

b) Basierend auf der Systematik bei den Funktionswerten von  $d$  (vgl. z.B. Fußnote 3 in Abschnitt 3.1.1) zeigt sich, dass der Kurvenverlauf der Funktion  $d$  für festes  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  aus einer Anfangsphase und einer Sättigungsphase zusammengesetzt ist. Bei genauerer Betrachtung erkennt man, dass die Funktionswerte  $d(n; v_{\max})$  während der Anfangsphase dabei genau dem

jeweiligen Minimum  $\min_{v_{\max} \in \mathbb{N}} d(n; v_{\max})$  entsprechen und folglich durch die Formel aus Teil a) beschrieben werden können.

Die sich anschließende Sättigungsphase ist unter anderem mit Blick auf Tabelle 3-1 in Abschnitt 3.1.1 dadurch gekennzeichnet, dass sich ein völlig regelmäßiges Muster einstellt, bei dem genau jedes  $v_{\max}$ -te Fahrzeug zwei zusätzliche Zeitschritte (statt einem) zum Verlassen des Systems benötigt. Die Funktionswerte von  $d$  lassen sich dabei als geeignete Translation der Funktion

$$n \mapsto \left\lfloor \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}} n \right\rfloor \quad (\text{B.27})$$

beschreiben. Die Grenze  $n^*(v_{\max})$  zwischen Anfangsphase und Sättigungsphase kann dabei anhand der Systematik von  $d$  direkt bestimmt werden (vgl. [Spy07]). Man erkennt leicht, dass beim Übergang  $v_{\max} \mapsto v_{\max} + 1$  genau  $v_{\max}$  abfließende Fahrzeuge zur Anfangsphase hinzukommen. Beachtet man, dass für  $v_{\max} = 1$  offenbar  $n^*(1) = 1$  gilt, so folgt allgemein für  $v_{\max} \in \mathbb{N}$

$$n^* := n^*(v_{\max}) = 1 + \sum_{j=1}^{v_{\max}-1} j = 1 + \frac{v_{\max}(v_{\max} - 1)}{2}. \quad (\text{B.28})$$

Nimmt man schließlich den bereits bewiesenen Teil a) sowie (B.27) und (B.28) zusammen, so ergibt sich wie gewünscht die Behauptung b).  $\square$

Man prüft die Gültigkeit der Formeln aus Lemma B.1 im Übrigen leicht auch durch einen direkten Vergleich mit den Funktionswerten aus Tabelle 3-1 (s. Abschnitt 3.1.1) nach.

**Lemma B.2** Für alle  $n \in \mathbb{N}_0$ ,  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  gilt

$$d(n; v_{\max}) \geq \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}} n - 1.$$

**Beweis:** Sei  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  beliebig. Für den Beweis können dann analog zu den Funktionstermen aus Lemma B.1 b) drei wesentliche Fälle unterschieden werden: i)  $n = 0$ , ii)  $1 \leq n < n^*$  und iii)  $n \geq n^*$ .

i)  $n = 0$ : Gemäß Lemma B.1 b) gilt  $d(0; v_{\max}) = 0$ . Unmittelbar folgt also die Behauptung für  $n = 0$ , denn

$$d(0; v_{\max}) = 0 \geq -1 = \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}} \cdot 0 - 1. \quad (\text{B.29})$$

ii)  $1 \leq n < n^*$ : Mit Blick auf Lemma B.1 b) ist in diesem Fall die Ungleichung

$$d(n; v_{\max}) = n + \left\lceil -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2n} \right\rceil - 1 \geq \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}} n - 1 \quad (\text{B.30})$$

zu zeigen. Subtraktion von  $(n - 1)$  auf beiden Seiten führt dabei auf die äquivalente Behauptung

$$\left\lceil -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2n} \right\rceil \geq \frac{1}{v_{\max}} n. \quad (\text{B.31})$$

Hierfür hinreichend ist offensichtlich die entsprechende Ungleichung ohne Gaußklammern, d.h.

$$-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2n} \geq \frac{1}{v_{\max}} n, \quad (\text{B.32})$$

bzw. äquivalent dazu

$$\varphi(n) := -n^2 + (2v_{\max}^2 - v_{\max})n \geq 0. \quad (\text{B.33})$$

Gilt also  $\varphi(n) \geq 0$  für alle  $n \in \mathbb{N}_0$  mit  $1 \leq n < n^*$ , so ist die Behauptung im Fall ii) bewiesen. Nun ist aber  $\varphi$  eine quadratische Funktion in  $n$  mit  $\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \varphi(n) = -\infty$ , d.h. falls  $\varphi(n_0) \geq 0$  für irgendein  $n_0 \in \mathbb{R}$ , so gibt es genau ein abgeschlossenes Intervall  $J \subset \mathbb{R}$  mit  $\varphi(n) \geq 0$  für alle  $n \in J$  und  $\varphi(n) < 0$  für alle  $n \notin J$ . Man beachte, dass im Extremfall ist auch  $J = [n_0, n_0] = \{n_0\}$  möglich ist. Zum Nachweis der Ungleichung (B.33) reicht es also aus, wenn  $\varphi(1) \geq 0$  und  $\varphi(n^* - 1) \geq 0$  gilt, da dann automatisch schon  $\varphi(n) \geq 0$  für alle  $n \in \mathbb{N}_0$  mit  $1 \leq n < n^*$  erfüllt ist.

Durch Einsetzen lassen sich die beiden verbleibenden Ungleichungen aber leicht zeigen. Für  $n = 1$  folgt dabei wegen  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  sofort

$$\varphi(1) = 2v_{\max}^2 - v_{\max} - 1 \geq 0. \quad (\text{B.34})$$

Im Fall  $n = n^* - 1 = v_{\max}(v_{\max} - 1)/2$  wiederum ergibt sich nach entsprechenden Umformungen

$$\varphi(n^* - 1) = \frac{v_{\max}^2}{4}(3v_{\max}^2 - 4v_{\max} + 1). \quad (\text{B.35})$$

Wegen  $3v_{\max}^2 - 4v_{\max} + 1 \geq 0$  für alle  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  gilt also auch  $\varphi(n^* - 1) \geq 0$ , sodass damit die Behauptung im Fall  $1 \leq n < n^*$  letztlich vollständig bewiesen wäre.

iii)  $n \geq n^*$ : Sei zunächst  $n = n^* = 1 + v_{\max}(v_{\max} - 1)/2$ . Gemäß Lemma B.1 b) ist in diesem Fall

$$d(n^*; v_{\max}) = \frac{v_{\max}(v_{\max} - 1)}{2} + \left\lceil -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{9}{4} + v_{\max}(v_{\max} - 1)} \right\rceil \geq \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}} n^* - 1 \quad (\text{B.36})$$

zu zeigen. Hierfür hinreichend ist offenbar die Gültigkeit von

$$D := \frac{v_{\max}(v_{\max} - 1)}{2} - \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{9}{4} + v_{\max}(v_{\max} - 1)} \geq \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}} n^* - 1, \quad (\text{B.37})$$

da  $d(n^*; v_{\max}) \geq D$  trivialerweise stets erfüllt ist. Tatsächlich lässt sich sogar die stärkere Abschätzung

$$D \geq \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}} n^* - 1 + \frac{v_{\max} - 1}{v_{\max}} = \frac{v_{\max}^2 + 1}{2} \quad (\text{B.38})$$

beweisen. Mittels elementarer Umformungen ergibt sich nämlich die hierzu äquivalente Bedingung

$$3v_{\max}^2 - 8v_{\max} + 5 \geq 0, \quad (\text{B.39})$$

die – wie man sich leicht überlegt – für alle  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  erfüllt ist. Folglich ist die Behauptung für  $n = n^*$  bewiesen.

Sei nun also  $n > n^*$ . Dann gilt wegen (B.38) und  $d(n^*; v_{\max}) \geq D$  zunächst einmal

$$d(n^*; v_{\max}) = n^* + \left\lceil -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2n^*} \right\rceil - 1 \geq \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}} n^* - 1 + \delta \quad (\text{B.40})$$

für alle  $\delta \leq \frac{v_{\max} - 1}{v_{\max}}$ . Ist etwa konkret

$$\delta := \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}}(n - n^*) - \left\lfloor \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}}(n - n^*) \right\rfloor, \quad (\text{B.41})$$



so gilt wie gewünscht  $\delta \leq \frac{v_{\max}-1}{v_{\max}}$ , und gemäß Lemma B.1 b) folgt unter Verwendung der Abschätzung (B.40)

$$\begin{aligned} d(n; v_{\max}) &= n^* + \left\lceil -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2n^*} \right\rceil - 1 + \left\lfloor \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}}(n - n^*) \right\rfloor \\ &\geq \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}} n^* - 1 + \delta + \left\lfloor \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}}(n - n^*) \right\rfloor \\ &= \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}} n - 1. \end{aligned} \quad (\text{B.42})$$

Dies ist aber gerade die Behauptung des Lemmas B.2 für  $n > n^*$ , das damit vollständig bewiesen ist.  $\square$

Basierend auf den an dieser Stelle abgeschlossenen Vorüberlegungen ist nun auch die Herleitung einer expliziten Formel der Abflussfunktion  $s$  möglich. Wie schon im Beweis von Lemma B.1 stellt sich dabei der Umweg über eine Grenzwertbildung  $v_{\max} \rightarrow \infty$  als zielführend heraus. Gemäß (B.20) und Lemma B.1 a) ergibt sich in diesem Zusammenhang

$$\lim_{v_{\max} \rightarrow \infty} s(t) = \begin{cases} 0 & \text{falls } t = 0, \\ \max \left\{ n \in \mathbb{N}_0 \mid n + \left\lceil -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2n} \right\rceil - 1 \leq t \right\} & \text{falls } t \geq 1. \end{cases} \quad (\text{B.43})$$

Ohne Einschränkung können dann die Gaußklammern in der zweiten Zeile von (B.43) vernachlässigt werden, da in leicht einsehbarer Weise  $n + \left\lceil -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2n} \right\rceil - 1 \leq t$  wegen der Ganzzahligkeit von  $t$  genau dann erfüllt ist, wenn  $n - \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2n} - 1 \leq t$  gilt. Im nicht-trivialen Fall  $t \geq 1$  ist also jeweils das größte  $n \in \mathbb{N}_0$  mit der Eigenschaft

$$n + \sqrt{\frac{1}{4} + 2n} \leq t + \frac{3}{2} \quad (\text{B.44})$$

gesucht. Wegen der Monotonie in  $n$  auf der linken Seite von (B.44) ergibt sich hierfür der Wert  $\lfloor \hat{n} \rfloor$ , wobei  $\hat{n}$  die Lösung der zugehörigen Wurzelgleichung

$$n + \sqrt{\frac{1}{4} + 2n} = t + \frac{3}{2} \quad (\text{B.45})$$

bezeichnet. Das Quadrieren von (B.45) und Lösen der entstehenden, quadratischen Gleichung in  $n$  liefert schließlich die beiden Kandidaten

$$\lfloor \hat{n} \rfloor = \lfloor n_{1,2} \rfloor := \left\lfloor \frac{5 + 2t}{2} \pm \sqrt{2t + \frac{17}{4}} \right\rfloor. \quad (\text{B.46})$$

Angenommen,  $\lfloor n_1 \rfloor$  wäre die gesuchte Lösung, dann gilt für alle  $t \in \mathbb{N}_0$  zunächst

$$\lfloor n_1 \rfloor = \left\lfloor \frac{5 + 2t}{2} + \sqrt{2t + \frac{17}{4}} \right\rfloor \geq \left\lfloor \frac{5 + 2t}{2} \right\rfloor = t + 2, \quad (\text{B.47})$$

und mit Lemma B.2 folgt für alle  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  die Abschätzung

$$d(\lfloor n_1 \rfloor; v_{\max}) \geq \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}} \lfloor n_1 \rfloor - 1 \geq t + 1. \quad (\text{B.48})$$

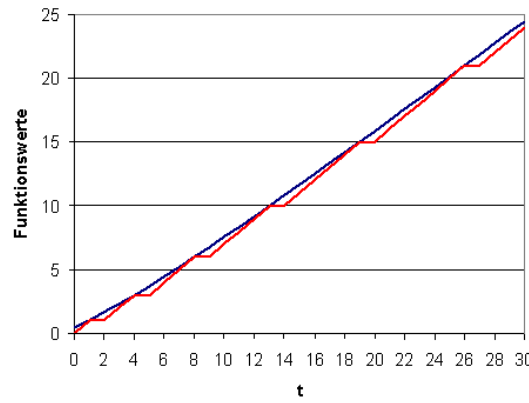
Somit gilt aber auch

$$\lfloor n_1 \rfloor + \left\lceil -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2\lfloor n_1 \rfloor} \right\rceil - 1 = \lim_{v_{\max} \rightarrow \infty} d(\lfloor n_1 \rfloor; v_{\max}) \geq t + 1 \quad (\text{B.49})$$

im Widerspruch zur Bedingung in (B.43). Folglich muss  $\lfloor n_2 \rfloor$  die gesuchte Lösung sein, und für  $t \geq 1$  ergibt sich

$$\lim_{v_{\max} \rightarrow \infty} s(t) = \left\lfloor \frac{5+2t}{2} - \sqrt{2t + \frac{17}{4}} \right\rfloor. \quad (\text{B.50})$$

Tatsächlich ist (B.50) wegen  $\left\lfloor \frac{5+2 \cdot 0}{2} - \sqrt{2 \cdot 0 + \frac{17}{4}} \right\rfloor = 0$  sogar im Trivialfall  $t = 0$  gültig. Zur Veranschaulichung zeigt Abbildung B-1 die ganzzahlige Limesfunktion aus (B.50) sowie die zugehörige, reelle Hilfsfunktion  $\Phi : t \mapsto \frac{5+2t}{2} - \sqrt{2t + \frac{17}{4}}$ .



**Abbildung B-1:** Plots der Funktionen  $\lim_{v_{\max} \rightarrow \infty} s(t)$  (rot) und  $\Phi(t)$  (blau).

Ist nun  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  fest, so zeigt sich ähnlich wie im Beweis von Lemma B.1, dass auch der Kurvenverlauf der Funktion  $s$  bei einem passenden  $g^* \in \mathbb{N}_0$  in eine Anfangs- und eine Sättigungsphase zerfällt. Wie zuvor stimmen die konkreten Funktionswerte  $s(t)$  für  $t < g^*$  dabei mit dem jeweiligen Grenzwert aus (B.50) überein. In der Sättigungsphase, d.h. für  $t \geq g^*$  stellt sich darüber hinaus wiederum ein „linearer“ Verlauf ein, der sich durch eine geeignete Translation der Funktion

$$t \mapsto \left\lfloor \frac{v_{\max}}{v_{\max} + 1}(t + 1) \right\rfloor \quad (\text{B.51})$$

beschreiben lässt.

Mit ähnlichen Argumenten wie im Beweis von Lemma B.1 bei der Bestimmung von  $n^*$  lokalisiert man in diesem Zusammenhang die Grenze  $g^*$  zwischen Anfangs- und Sättigungsphase, wobei sich in Abhängigkeit von  $v_{\max}$  der Wert  $g^* = v_{\max}(v_{\max} + 1)/2 - 1$  ergibt (vgl. [Spy07]). Insgesamt folgt schließlich mit

$$s(t) = \begin{cases} \left\lfloor \frac{5+2t}{2} - \sqrt{2t + \frac{17}{4}} \right\rfloor & \text{falls } t < g^*, \\ \left\lfloor \frac{5+2g^*}{2} - \sqrt{2g^* + \frac{17}{4}} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{v_{\max}(t-g^*+1)}{v_{\max}+1} \right\rfloor & \text{falls } t \geq g^*, \end{cases} \quad (\text{B.52})$$

die in Abschnitt 3.1.1 postulierte, explizite Formel für die Abflussfunktion  $s : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ , wobei  $g^* := v_{\max}(v_{\max} + 1)/2 - 1$  gilt.

Man verifiziert das Ergebnis im Übrigen leicht durch einen Vergleich mit den Funktionswerten aus der impliziten Darstellung (B.20) der Funktion  $s$ .

## B.4 Bestimmung der Blocklängen

Wie in Abschnitt 3.1.3 erläutert, setzt sich der Verkehrsfluss im deterministischen Nagel-Schreckenberg Modell im Fall lichtsignalgesteuerten Abflusses aus mehreren Blöcken zusammen. Dies sind Blöcke mit kompakt gestauten Fahrzeugen, Blöcke mit fahrenden Fahrzeugen innerhalb des Ampelrückstaus sowie ein Block mit freiem Verkehr. Mit Blick auf die Abschätzung der Rückstaulänge sind dabei insbesondere die ersten beiden Typen relevant. Speziell ist es wichtig, die in Zellen gemessene Länge  $L$  eines vollständigen Blocks des jeweiligen Typs und die Anzahl  $I$  der zu einem solchen Block gehörenden Fahrzeuge zu kennen. Dies nämlich erlaubt die exakte Berechnung der unterschiedlichen Verkehrsdichten innerhalb des Ampelrückstaus (vgl. Abschnitt 3.1.3), die für das in der vorliegenden Arbeit beschriebene Verfahren zur Rückstaulängenschätzung von grundlegender Bedeutung sind.

Für die Herleitung der Größen  $L$  und  $I$  sei also eine Festzeitsteuerung mit (effektiver) Freigabezeit  $g$  und (effektiver) Sperrzeit  $r$  gegeben. Desweiteren sei initial ein kompakter Rückstau hinreichender Länge unmittelbar an der Lichtsignalanlage vorausgesetzt, wobei als Startzeit ein beliebiger Zeitpunkt innerhalb einer Rotphase angenommen sei.

Mit Beginn der sich anschließenden Freigabezeit verlässt dann in jedem Zeitschritt stromabwärts ein Fahrzeug diesen kompakten Rückstau, sodass der so entstehende Block mit fahrenden Fahrzeugen beim Umschalten zur nächsten Rotphase nach  $g$  Zeitschritten auf eine Länge von  $L_{\text{fahrend}} = g$  Zellen angewachsen ist (vgl. Abb. 3-3 in Abschnitt 3.1.3). Danach bildet sich wegen der folgenden Sperrzeit an der Lichtsignalanlage erneut ein Block mit kompakt gestauten Fahrzeugen. Dabei erreicht aus dem soeben gebildeten „fahrenden“ Block in jedem Zeitschritt ein Fahrzeug das stromaufwärts liegende Ende des neuen, kompakten Blocks an der Lichtsignalanlage, so dass dieser um eine Zelle pro Zeitschritt anwächst und am Ende der Rotphase eine Länge von  $L_{\text{stehend}} = r$  Zellen erreicht.

Zugleich schrumpft der entsprechende Block mit fahrenden Fahrzeugen am stromabwärts liegenden Ende um eine Zelle pro Zeitschritt. Da jedoch auch weiterhin in jedem Zeitschritt ein Fahrzeug aus dem ursprünglichen, kompakten Rückstau anfährt, kommt parallel stromaufwärts jeweils eine Zelle pro Zeitschritt dazu, sodass sich der betrachtete, „fahrende“ Block im Ergebnis lediglich um eine Zelle pro Zeitschritt stromaufwärts bewegt. Insbesondere bleibt seine Länge von  $L_{\text{fahrend}} = g$  Zellen unverändert.

Analog argumentiert man schließlich für den neu gebildeten, kompakten Block an der Lichtsignalanlage, der sich ab Beginn der nächsten Freigabezeit ebenfalls mit einer Geschwindigkeit von einer Zelle pro Zeitschritt stromaufwärts fortbewegt und dabei eine letztlich konstante Länge von  $L_{\text{stehend}} = r$  Zellen aufweist.

Mit Blick auf die Anzahl  $I$  an Fahrzeugen in den einzelnen Blöcken kann zunächst offensichtlich  $I_{\text{stehend}} = r$  festgehalten werden, da die Fahrzeuge in einem „stehenden“ Block kompakt gestaut sind, sodass jede der  $L_{\text{stehend}} = r$  Zellen mit einem Fahrzeug belegt ist. Die entsprechende Größe  $I_{\text{fahrend}}$  ergibt sich schließlich, indem man noch einmal die Entstehung eines „fahrenden“ Blocks an der Lichtsignalanlage näher betrachtet. Gemäß den obigen Überlegungen verlassen nämlich während einer Grünphase genau  $g$  Fahrzeuge den stromaufwärts liegenden, kompakten Block mit stehenden Fahrzeugen, sodass der neue, „fahrende“ Block theoretisch ebenfalls  $g$  Fahrzeuge umfassen müsste. Tatsächlich fließen davon allerdings gemäß Abschnitt 3.1.1 noch während der betrachteten Grünphase  $s(g)$  Fahrzeuge am rechten Rand aus dem System ab, sodass für den vollständigen, „fahrenden“ Block zu Beginn der nächsten Rotphase letztlich  $I_{\text{fahrend}} = g - s(g)$  Fahrzeuge übrigbleiben. Da schließlich wie oben bereits erwähnt, während der neue Block mit fahrenden Fahrzeugen im weiteren Verlauf stromaufwärts wandert, in jedem Zeitschritt jeweils ein Fahrzeug am stromabwärts liegenden Ende den Block verlässt, zugleich stromaufwärts aber auch jeweils ein neues Fahrzeug hinzukommt, ist somit auch  $I_{\text{fahrend}}$  konstant.

Zusammenfassend ergeben sich also wie behauptet die folgenden Blocklängen:

$$\begin{aligned} L_{\text{stehend}} &= r, & L_{\text{fahrend}} &= g, \\ l_{\text{stehend}} &= r, & l_{\text{fahrend}} &= g - s(g). \end{aligned} \quad (\text{B.53})$$

## B.5 Zeitabhängige Rückstaulängenfunktionen und lineare Approximationen

In Abschnitt 3.3 wurde im Rahmen der Herleitung der zeitunabhängigen Rückstaulängenfunktion  $\ell$  das Verhältnis  $\mu/\nu$  zwischen der Anzahl fahrender und der Anzahl stehender Fahrzeuge innerhalb des Ampelrückstaus betrachtet, wobei vereinfachend ein konstanter Wert  $C$  angenommen wurde.

Tatsächlich hängen die Werte  $\mu$  und  $\nu$  jedoch auch bei exakt gleicher Anzahl  $z$  an gestauten Fahrzeugen<sup>2</sup> wesentlich vom Moment der Betrachtung ab. Je nach Zeitpunkt  $t = 0, \dots, c$  innerhalb des Ampelumlaufts ergeben sich trotz eines festen  $z$  in Wirklichkeit unterschiedliche Werte  $\mu_t(z)$  und  $\nu_t(z)$  für die Anzahl fahrender bzw. stehender Fahrzeuge im Ampelrückstau, wobei die Beziehung  $\mu_t(z) + \nu_t(z) = z$  selbstverständlich erhalten bleibt. Folglich kann sich die Bestimmung der exakten Werte ohne Einschränkung auf die jeweilige Anzahl  $\nu_t(z)$  stehender Fahrzeuge konzentrieren. Der zugehörige Wert  $\mu_t(z)$  kann jederzeit leicht gemäß

$$\mu_t(z) = z - \nu_t(z) \quad (\text{B.54})$$

aus  $\nu_t(z)$  berechnet werden. Für das zeitabhängige Verhältnis<sup>3</sup>  $\mu_t/\nu_t$  gilt entsprechend

$$\frac{\mu_t}{\nu_t} = \frac{z - \nu_t(z)}{\nu_t(z)}. \quad (\text{B.55})$$

Die Herleitung der jeweils als Funktion von  $z$  aufgefassten Anzahl  $\nu_t(z)$  stehender Fahrzeuge beruht dann im Wesentlichen darauf, sukzessiv alle gestauten Fahrzeuge beginnend ab der Lichtsignalanlage stromaufwärts in korrekter Weise entweder einem „stehenden“ oder einem „fahrenden“ Block innerhalb des Ampelrückstaus zuzuordnen. Dies ist vor allem deshalb exakt möglich, da die Länge des ersten Blocks an der Lichtsignalanlage in Abhängigkeit vom Zeitpunkt  $t$  innerhalb des Ampelumlaufts genau bestimmt werden kann.

Bezeichnet im Folgenden  $t = 0$  jeweils das Ende einer Rotphase, so ergibt sich in diesem Fall am rechten Rand des Systems beispielsweise ein „stehender“ Block mit einer Länge von (maximal)  $r$  Zellen<sup>4</sup>. Zum Zeitpunkt  $t = 1, \dots, g$  beginnt der Rückstau an der Lichtsignalanlage ferner mit einem „fahrenden“ Block bestehend aus (maximal)  $t - s(t)$  Fahrzeugen (vgl. Anhang B.4). Für  $t = g + 1, \dots, c$  ergibt sich schließlich wiederum ein „stehender“ Block mit in diesem Fall (maximal)  $t - g$  Fahrzeugen.

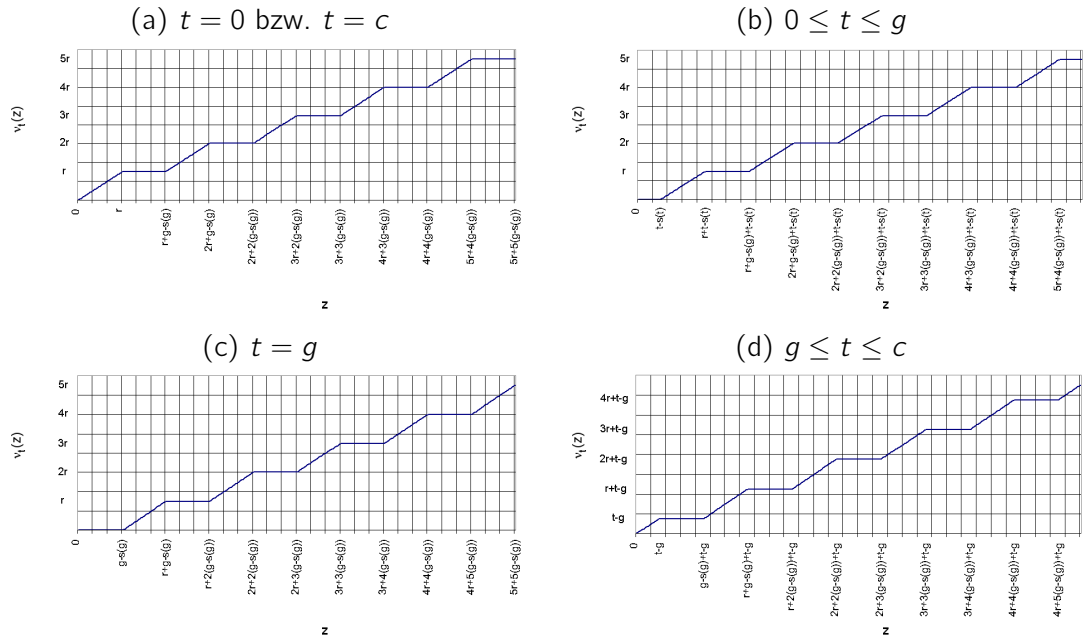
Beachtet man nun, dass sich zu jedem Zeitpunkt stromaufwärts bis zum Ende des Rückstaus – gegebenenfalls mit Ausnahme des letzten Blocks, der unter Umständen vorzeitig abbricht – abwechselnd jeweils vollständige „stehende“ bzw. „fahrende“ Blöcke anschließen (vgl. Abb. 3-4), so lässt sich die Funktion  $\nu_t$  für jedes  $t = 0, \dots, c$  leicht konstruieren. Es ergeben sich die in Abbildung B-2 dargestellten Funktionsgraphen.

Man erkennt, dass die Funktionen  $\nu_t$  offenbar stets durch Translation aus  $\nu_0$  hervorgehen. Mit

<sup>2</sup>Man beachte  $\mu + \nu = z$  (vgl. Abschnitt 3.3).

<sup>3</sup>Der Übersichtlichkeit wegen wird das Argument  $z$  hier und im Folgenden gelegentlich unterdrückt.

<sup>4</sup>Der Zusatz „maximal“ in Klammern bezieht sich jeweils auf den Fall, dass insgesamt weniger gestaute Fahrzeuge vorliegen als der erste Block im Normalfall umfassen würde. Ist  $z$  jedoch groß genug, so sind die jeweils angegebenen Werte in der Tat exakt.



**Abbildung B-2:** Schematische Darstellung der Funktion  $\nu_t$  für  $0 \leq t \leq c$ .

Blick auf Abbildung B-2 ergibt sich dabei für  $z \in \mathbb{N}_0$  konkret

$$\nu_t(z) = \nu_0(z + (c - s(g)) - (t - s(t))) - r, \quad (\text{B.56})$$

falls  $0 \leq t \leq g$ , und

$$\nu_t(z) = \nu_0(z + (c - t)) - (c - t), \quad (\text{B.57})$$

falls  $g \leq t \leq c$ . Folglich reicht es zur exakten Beschreibung der Funktionen  $\mu_t$  und  $\nu_t$  mit  $t = 0, \dots, c$  letztlich aus,  $\nu_0$  genau zu kennen. Abgeleitet aus Abbildung B-2a ergibt sich dabei mit

$$\nu_0(z) = k(z) \cdot r + \min\{z - k(z) \cdot (c - s(g)), r\} \quad (\text{B.58})$$

der gesuchte Funktionsterm, wobei  $k(z) := \left\lfloor \frac{z}{c-s(g)} \right\rfloor$  jeweils die Anzahl an vollständigen Zyklen – bestehend aus je einem kompletten „fahrenden“ und „stehenden“ Block innerhalb des Ampelrückstaus – angibt, die von  $z$  gestauten Fahrzeugen maximal gebildet werden können.

Im Ergebnis können also alle Funktionen  $\mu_t$  und  $\nu_t$  für  $t = 0, \dots, c$  exakt angegeben werden, sodass sich analog zum Vorgehen in Abschnitt 3.3 die in diesem Fall allerdings zeitabhängige Rückstaulängenfunktion  $\tilde{\ell}_t$  bezüglich  $z$  definieren lässt. Mit  $z \in \mathbb{N}_0$  gilt (vgl. (3.12)) für  $t = 0, \dots, c$

$$\tilde{\ell}_t(z) := \nu_t(z) + \frac{g}{g-s(g)} \mu_t(z) = \nu_t(z) + \frac{g}{g-s(g)} (z - \nu_t(z)). \quad (\text{B.59})$$

Soll darüber hinaus die Rückstaulänge  $\ell_t(y)$  für  $t = 0, \dots, c$  wie in Abschnitt 3.3 auch in Abhängigkeit von der Gesamtfahrzeuganzahl  $y$  im betrachteten Straßensegment formuliert werden, so ist zeitabhängig entsprechend das zu (3.22) analoge Gleichungssystem

$$\begin{cases} \lambda_t + \tilde{z}_t = y \\ \frac{\lambda_t}{k_{\text{frei}}} + \tilde{\ell}_t(\tilde{z}_t) = N \end{cases} \quad (\text{B.60})$$

zu lösen, wobei  $\tilde{z}_t$  die ungerundete Anzahl an gestauten Fahrzeugen und  $\lambda_t$  die Anzahl an Fahrzeugen im freien Verkehr (zum Zeitpunkt  $t$ ) bezeichnet. Mit der von  $y$  abhängigen Lösung

$\tilde{z}_t$  ist dann  $\ell_t(y)$  gemäß

$$\ell_t(y) := \lfloor \tilde{\ell}_t(\tilde{z}_t) \rfloor \quad (\text{B.61})$$

definiert (vgl. (3.25)).

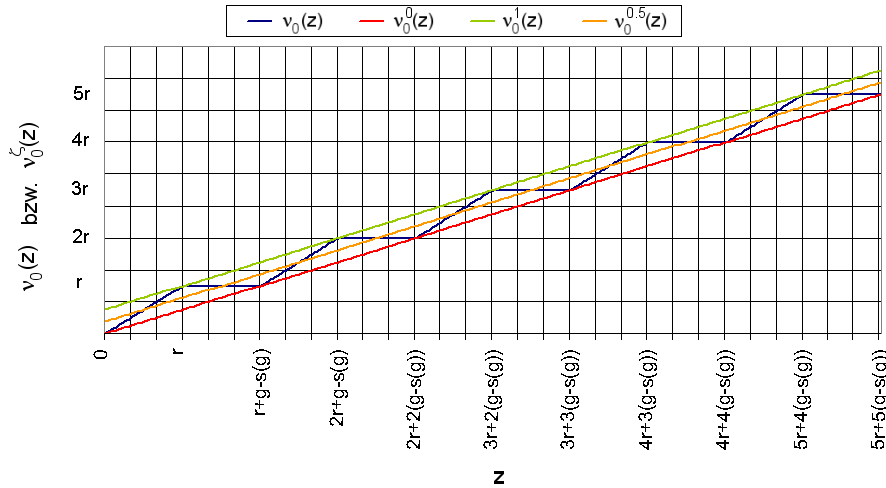
Ein wesentlicher Nachteil in diesem Zusammenhang ist allerdings die Nicht-Linearität der Funktion  $\tilde{\ell}_t$ , was letztlich die Lösung des Gleichungssystems (B.60) deutlich erschwert. Ein einfacher Ausweg besteht jedoch in der Approximation von  $\tilde{\ell}_t$  bzw.  $\nu_t$  durch gegebenenfalls zeitabhängige, lineare Funktionen. Wegen (B.56) und (B.57) reicht es dabei erneut aus, lediglich die Funktion  $\nu_0$  näher zu betrachten. Mit Blick auf Abbildung B-2a bieten sich folglich etwa

$$\nu_0^0(z) := \frac{r}{c-s(g)}z \quad \text{und} \quad \nu_0^1(z) := \frac{r}{c-s(g)}(z+g-s(g)) \quad (\text{B.62})$$

als untere bzw. obere Einhüllende von  $\nu_0$  an. Darüber hinaus sind grundsätzlich alle Konvexkombinationen der Form

$$\nu_0^\zeta(z) := \zeta \nu_0^1(z) + (1-\zeta) \nu_0^0(z) = \frac{r}{c-s(g)}z + \zeta \frac{g-s(g)}{c-s(g)}r \quad (\text{B.63})$$

mit  $0 \leq \zeta \leq 1$  geeignet, die Funktion  $\nu_0$  sinnvoll linear anzunähern (vgl. Abb. B-3).



**Abbildung B-3:** Lineare Approximationen der Funktion  $\nu_0$ .

Die entsprechenden Approximationen für Zeitpunkte  $t \neq 0$  ergeben sich schließlich unter Verwendung derselben Translationen wie in (B.56) bzw. (B.57). Konkret gilt

$$\nu_t^\zeta(z) := \nu_0^\zeta(z + (c-s(g)) - (t-s(t))) - r = \nu_0^\zeta(z) - \frac{r}{c-s(g)}(t-s(t)) \quad (\text{B.64})$$

für  $t = 0, \dots, g$  und

$$\nu_t^\zeta(z) := \nu_0^\zeta(z + (c-t)) - (c-t) = \nu_0^\zeta(z) - \frac{g-s(g)}{c-s(g)}(c-t) \quad (\text{B.65})$$

für  $t = g, \dots, c$ . Verwendet man diese Funktionen etwa zur näherungsweisen Berechnung des Verhältnisses  $\mu_t/\nu_t$ , so ergibt sich

$$\frac{\mu_t}{\nu_t} \approx \frac{\mu_t^\zeta}{\nu_t^\zeta} = \frac{z - \nu_t^\zeta(z)}{\nu_t^\zeta(z)}. \quad (\text{B.66})$$

Unter Beachtung der Abschätzung  $|\nu_t(z) - \nu_t^\zeta(z)| \leq \frac{g-s(g)}{c-s(g)} r \cdot \max\{\zeta, 1-\zeta\}$ , die sich leicht aus Abbildung B-3 herleitet, gilt dabei für alle  $z$  in Bezug auf den Approximationsfehler

$$\left| \frac{\mu_t}{\nu_t} - \frac{\mu_t^\zeta}{\nu_t^\zeta} \right| = \left| \frac{z - \nu_t(z)}{\nu_t(z)} - \frac{z - \nu_t^\zeta(z)}{\nu_t^\zeta(z)} \right| \leq \frac{g-s(g)}{c-s(g)} r \cdot \max\{\zeta, 1-\zeta\} \cdot \frac{z}{|\nu_t(z)\nu_t^\zeta(z)|}. \quad (\text{B.67})$$

Schreibt man für beliebige  $z$  ferner  $\nu_t(z) = \frac{r}{c-s(g)}z + \xi_t(z)$  und  $\nu_t^\zeta(z) = \frac{r}{c-s(g)}z + \eta_t(z)$  mit geeigneten Restgliedern  $\xi_t$  und  $\eta_t$  (vgl. (B.63)), so gilt mit einer entsprechenden Konstante  $M < \infty$  zunächst einmal  $|\xi_t(z)|, |\eta_t(z)| < M$  für alle  $z$ . Durch einfache Umformungen erkennt man, dass sich damit aber der Quotient  $\frac{z}{|\nu_t(z)\nu_t^\zeta(z)|}$  in (B.67) asymptotisch wie  $(c-s(g))^2/(r^2z)$  verhält, und es folgt

$$\left| \frac{\mu_t}{\nu_t} - \frac{\mu_t^\zeta}{\nu_t^\zeta} \right| \xrightarrow{z \rightarrow \infty} 0. \quad (\text{B.68})$$

Mit anderen Worten wird also der Approximationsfehler in Bezug auf das Verhältnis  $\mu_t/\nu_t$  zwischen der Anzahl fahrender und stehender Fahrzeuge innerhalb des Ampelrückstaus für hinreichend große  $z$  unabhängig von  $t$  beliebig klein.

Zusammenfassend erlaubt nun die Funktion  $\nu_t^\zeta$  die nach wie vor zeitabhängige Definition einer im Vergleich zu (B.59) allerdings linearen Rückstaulängenfunktion bezüglich  $z$ . Im Detail ergibt sich mit  $z \in \mathbb{N}_0$

$$\tilde{\ell}_t^\zeta(z) := \nu_t^\zeta(z) + \frac{g}{g-s(g)}(z - \nu_t^\zeta(z)). \quad (\text{B.69})$$

Das zu (B.60) analoge Gleichungssystem mit  $\tilde{\ell}_t^\zeta$  anstatt  $\tilde{\ell}_t$  ist folglich linear und lässt sich für jedes  $t \in \{0, \dots, c\}$  problemlos lösen.

Mathematisch besonders einfach wird die Situation allerdings, wenn man den Parameter  $\zeta$  für alle  $t$  zeitabhängig gemäß

$$\zeta = \zeta_t := \begin{cases} \frac{t-s(t)}{g-s(g)} & \text{falls } 0 \leq t \leq g, \\ \frac{c-t}{r} & \text{falls } g \leq t \leq c, \end{cases} \quad (\text{B.70})$$

wählt. Basierend auf (B.64) und (B.65) liefert dies zusammen mit Gleichung (B.63) nämlich die letztlich zeitunabhängige, lineare Version von  $\nu_t$ , d.h.

$$\nu(z) := \nu_t^{\zeta_t}(z) = \frac{r}{c-s(g)}z \quad (\text{B.71})$$

für alle  $t$ . Gemäß  $\mu(z) := z - \nu(z)$  (vgl. (B.54)) gilt ferner

$$\mu(z) = \mu_t^{\zeta_t}(z) = \frac{g-s(g)}{c-s(g)}z, \quad (\text{B.72})$$

und es ergeben sich folglich exakt dieselben Werte wie in Abschnitt 3.3 (s. (3.20)). Insbesondere ist das entsprechende Verhältnis

$$\frac{\mu(z)}{\nu(z)} = \frac{g-s(g)}{r} = C \quad (\text{B.73})$$

mit der Konstante  $C$  aus (3.19) sogar unabhängig von  $z$ . Letztlich folgt also als Konsequenz einer geeigneten, linearen Approximation der Funktion  $\nu_t$  exakt die in Abschnitt 3.3 beschriebene Situation.

Dabei kann die Wahl der  $\zeta_t$  mit Blick auf die resultierende Rückstaulängenfunktion  $\tilde{\ell}$  mit

$$\tilde{\ell}(z) := \nu(z) + \frac{g}{g - s(g)}(z - \nu(z)) = \frac{c}{c - s(g)}z \quad (\text{B.74})$$

im Wesentlichen als optimaler Kompromiss zwischen mathematischer Genauigkeit und zugleich mathematischer Einfachheit angesehen werden.

Insbesondere liefern in diesem Zusammenhang einzig die  $\zeta_t$  lineare Approximationen im Sinne von Konvexkombinationen des Typs (B.63) mit der wünschenswerten Eigenschaft, dass sich stets ausschließlich nicht-negative Werte für die Anzahlen  $\mu$  und  $\nu$  fahrender bzw. stehender Fahrzeuge innerhalb des Ampelrückstaus ergeben. Für den Beweis dieser Behauptung beachte man zunächst, dass für alle  $z \geq 0$  wegen (B.71) und (B.72) offenbar in der Tat  $\nu(z) \geq 0$  bzw.  $\mu(z) \geq 0$  gilt.

Umgekehrt zeigt (B.63) in Verbindung mit (B.64) und (B.65), dass  $\nu_t^\zeta(z)$  für jedes  $t$  und jedes  $\zeta \neq \zeta_t$  in der Form

$$\nu_t^\zeta(z) = \frac{r}{c - s(g)}z + \kappa \quad (\text{B.75})$$

mit einem nicht von  $z$  abhängenden  $\kappa \neq 0$  geschrieben werden kann. Speziell für  $z = 0$  ergibt sich also  $\nu_t^\zeta(0) = \kappa$ , und gemäß der allgemeinen Beziehung  $\mu_t^\zeta(z) = z - \nu_t^\zeta(z)$  folgt weiterhin  $\mu_t^\zeta(0) = 0 - \nu_t^\zeta(0) = -\kappa$ . Letztlich wäre im Fall  $\zeta \neq \zeta_t$  also wegen  $\kappa \neq 0$  entweder die berechnete Anzahl  $\mu_t^\zeta(0)$  fahrender Fahrzeuge oder die Anzahl  $\nu_t^\zeta(0)$  stehender Fahrzeuge innerhalb des Ampelrückstaus negativ, und die Behauptung ist bewiesen.

## B.6 Technische Lemmata zur Staulängenfunktion $\ell$

Ziel dieses Abschnitts ist der mathematische Beweis der bereits in Abschnitt 3.3 formulierten, technischen Lemmata 3.3 und 3.4 im Zusammenhang mit der zeitunabhängigen Rückstaulängenfunktion  $\ell$ . Wie schon zuvor seien dabei insbesondere die Modellparameter  $g, r \in \mathbb{N}$  mit der zugehörigen Ampelumlaufzeit  $c = g + r$  sowie  $v_{\max} \in \mathbb{N}$  als Maximalgeschwindigkeit fest vorgegeben. Mit den Bezeichnungen früherer Abschnitte lautet dann das erste Lemma wie folgt:

**Lemma B.3** Sei  $y \in \mathcal{D}(\ell) = [y_{\min}, y_{\max}]$ . Dann gilt

- i)  $\tilde{z} \in [0, y]$ ,
- ii)  $\ell(y) \in [0, N]$ .

Ist  $y$  zusätzlich ganzzahlig, gilt ferner auch  $z \in [0, y]$ .

**Beweis:** i) Sei zunächst  $q \in (0, 1)$ . Dann gilt mit  $y \in \mathcal{D}(\ell)$  für die (ungerundete) Anzahl  $\tilde{z}$  an gestauten Fahrzeugen gemäß Gleichung (3.23) die Darstellung

$$\tilde{z} = \frac{N - \frac{v_{\max}}{Q(q)}y}{\frac{c}{c-s(g)} - \frac{v_{\max}}{Q(q)}}. \quad (\text{B.76})$$

Zum Nachweis von  $\tilde{z} \geq 0$  reicht es also zu zeigen, dass hier der Nenner stets negativ und zugleich der Zähler nie größer als 0 ist. Die Aussage für den Nenner ist dabei unmittelbar äquivalent zu der Ungleichung

$$Q(q) < \frac{c - s(g)}{c} v_{\max}. \quad (\text{B.77})$$

Wegen  $Q(q) < Q_{\max}$  (s. Abschnitt 2.2, beachte  $q < 1$ ) ist hierfür aber offenbar bereits die von  $q$  unabhängige Bedingung  $Q_{\max} \leq \frac{c-s(g)}{c} v_{\max}$  hinreichend. Diese wiederum ist äquivalent zu

$$s(g) \leq c \frac{v_{\max}}{v_{\max} + 1}, \quad (\text{B.78})$$



wie man leicht durch Einsetzen von  $Q_{\max} = \frac{v_{\max}}{v_{\max}+1}$  und kurze Umformungen erkennt. Nun ist aber die Abflussfunktion  $s$  offensichtlich monoton wachsend<sup>5</sup>. Da ferner wegen  $r \in \mathbb{N}$  auch  $g \leq c-1$  gilt, ist folglich für (B.78) bereits die Bedingung

$$s(c-1) \leq c \frac{v_{\max}}{v_{\max}+1} \quad (\text{B.79})$$

hinreichend. Der Schlüssel zum Nachweis der Gültigkeit dieser Ungleichung liegt schließlich in einer Anwendung des Lemmas B.2 aus Anhang B.3 mit  $n := s(c-1)$ . Unter Berücksichtigung der impliziten Definition von  $s(c-1)$  in Gleichung (3.1) bzw. (B.20) ergibt sich nämlich

$$\frac{v_{\max}+1}{v_{\max}} s(c-1) - 1 \leq d(s(c-1); v_{\max}) \leq c-1, \quad (\text{B.80})$$

und durch einfache Umformung folgt letztlich genau die zu zeigende Ungleichung (B.79). Im Ergebnis ist also bewiesen, dass der Nenner in der Darstellung (B.76) im Fall  $q \in (0, 1)$  tatsächlich stets negativ ist.

Mit Blick auf den Zähler gilt schließlich zunächst einmal gemäß der Definition von  $y_{\min}$  in (3.27)

$$y \geq y_{\min} = \lceil N \cdot k_{\text{frei}} \rceil \geq N \cdot k_{\text{frei}} = N \cdot \frac{Q(q)}{v_{\max}}, \quad (\text{B.81})$$

und es folgt unmittelbar die gesuchte Ungleichung

$$N - \frac{v_{\max}}{Q(q)} y \leq N - \frac{v_{\max}}{Q(q)} \cdot N \cdot \frac{Q(q)}{v_{\max}} = 0. \quad (\text{B.82})$$

Zusammenfassend ergibt sich also wie gewünscht  $\tilde{z} \geq 0$  für alle  $y \in \mathcal{D}(\ell)$  und  $q \in (0, 1)$ . Die entsprechende Behauptung für  $q = 0$  und  $q = 1$  ist ferner eine direkte Folgerung aus der Tatsache, dass  $\tilde{z}$  insbesondere wegen der Stetigkeit der Zuflussfunktion  $Q$  stetig von  $q$  abhängt. Zu zeigen ist nun, dass darüber hinaus auch  $\tilde{z} \leq y$  gilt. Entsprechend der Definition von  $y_{\max}$  in (3.26) ergibt sich in diesem Zusammenhang zunächst

$$y \leq y_{\max} = \lfloor N \cdot k_{\max} \rfloor \leq N \cdot k_{\max} = N \cdot \frac{c-s(g)}{c}. \quad (\text{B.83})$$

Im Fall  $q \in (0, 1)$  kann  $\tilde{z}$  daher unter Beachtung der bereits bewiesenen Negativität des Nenners in der Darstellung (B.76) wie folgt abgeschätzt werden:

$$\tilde{z} = \frac{N - \frac{v_{\max}}{Q(q)} y}{\frac{c}{c-s(g)} - \frac{v_{\max}}{Q(q)}} = y \cdot \frac{\frac{N}{y} - \frac{v_{\max}}{Q(q)}}{\frac{c}{c-s(g)} - \frac{v_{\max}}{Q(q)}} \leq y \cdot \frac{\frac{N}{N \cdot \frac{c-s(g)}{c}} - \frac{v_{\max}}{Q(q)}}{\frac{c}{c-s(g)} - \frac{v_{\max}}{Q(q)}} = y. \quad (\text{B.84})$$

Auch hier ergibt sich die entsprechende Ungleichung für  $q = 0$  bzw.  $q = 1$  aus der Stetigkeit von  $\tilde{z}$  bezüglich  $q$ . Insgesamt folgt also tatsächlich wie behauptet  $\tilde{z} \in [0, y]$ .

ii) Sei  $y \in \mathcal{D}(\ell)$ . Die Behauptung  $\ell(y) \in [0, N]$  ist dann eine unmittelbare Folgerung aus dem soeben bewiesenen Teil i) des Lemmas B.3. Wegen  $\tilde{z} \geq 0$  gilt nämlich mit der für  $\tilde{z}$  definierten Staulängenfunktion  $\tilde{\ell}$  aus (3.18) offenbar  $\tilde{\ell}(\tilde{z}) = \frac{c}{c-s(g)} \tilde{z} \geq 0$ , d.h.

$$\ell(y) = \lfloor \tilde{\ell}(\tilde{z}) \rfloor \geq 0. \quad (\text{B.85})$$

<sup>5</sup>Man erkennt die Monotonie direkt an der impliziten Definition von  $s$  in Gleichung (3.1) bzw. (B.20).

Umgekehrt ergibt sich wegen  $\tilde{z} \leq y \leq y_{\max} \leq N \cdot \frac{c-s(g)}{c}$  (vgl. (B.83)) die Abschätzung

$$\tilde{\ell}(\tilde{z}) = \frac{c}{c-s(g)} \tilde{z} \leq \frac{c}{c-s(g)} \cdot N \cdot \frac{c-s(g)}{c} = N, \quad (\text{B.86})$$

und es folgt sofort

$$\ell(y) = \lfloor \tilde{\ell}(\tilde{z}) \rfloor \leq N. \quad (\text{B.87})$$

Insgesamt ist also auch Teil ii) des Lemmas B.3 vollständig gezeigt.

Der Zusatz ist darüber hinaus wegen  $z = \lceil \tilde{z} \rceil$  unter Beachtung der Ganzzahligkeit von  $y$  nach Teil i) trivial.  $\square$

Das zweite, zu beweisende Lemma aus Abschnitt 3.3 lautet schließlich folgendermaßen:

**Lemma B.4** Sei  $y \in \mathcal{D}(\ell)$ . Dann folgt aus  $z = 0$  bereits  $y = y_{\min}$ .

**Beweis:** Sei  $y \in \mathcal{D}(\ell)$ . Gemäß Lemma B.3 gilt dann  $\tilde{z} \geq 0$ . Wegen  $z = \lceil \tilde{z} \rceil$  impliziert  $z = 0$  also bereits  $\tilde{z} = 0$ . Unter Beachtung der Darstellung

$$\tilde{z} = \frac{N - \frac{1}{k_{\text{frei}}} y}{\frac{1}{k_{\max}} - \frac{1}{k_{\text{frei}}}} \quad (\text{B.88})$$

aus (3.23) ergibt sich also  $y = N \cdot k_{\text{frei}}$ . Zusammen mit der trivialen Abschätzung  $y \geq y_{\min}$  liefert dies wiederum aber wegen  $y = N \cdot k_{\text{frei}} \leq \lceil N \cdot k_{\text{frei}} \rceil = y_{\min}$  schon die behauptete Gleichung  $y = y_{\min}$ .  $\square$

## B.7 Nachweis der Normierungsbedingung in Lemma 4.1

Gegeben seien die  $p_m(y)$  mit  $m = 0, \dots, c$  und beliebigem  $y$  aus (4.3), d.h. es gelte

$$\begin{aligned} p_m(y) &:= \binom{r}{m} Q(q)^m (1-Q(q))^{r-m} \sum_{i=0}^{s(g)-\chi(y)} \binom{g}{i} Q(q)^i (1-Q(q))^{g-i} + \dots \\ &\dots + \sum_{j=0}^{m-1} \binom{r}{j} \binom{g}{s(g)-\chi(y)+m-j} Q(q)^{s(g)-\chi(y)+m} (1-Q(q))^{c-s(g)+\chi(y)-m}. \end{aligned} \quad (\text{B.89})$$

Zum Nachweis, dass dadurch für jedes  $y$  eine Wahrscheinlichkeitsverteilung definiert wird, reicht es dann wegen  $p_m(y) \geq 0$  für alle  $m = 0, \dots, c$  und  $y$ , wenn die entsprechende Normierungsbedingung  $\sum_{m=0}^c p_m(y) = 1$  gezeigt wird (s. Lemma 4.1).

Unter mehrfacher Verwendung der allgemeinen, binomischen Formel (s. z.B. [BSM<sup>+</sup>01]) und unter Beachtung der Tatsache, dass bei den auftretenden Binomialkoeffizienten im Fall von  $k < 0$  bzw.  $k > n$  stets  $\binom{n}{k} = 0$  gilt, rechnet man dazu wie folgt:

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^c p_m(y) &= \sum_{m=0}^c \underbrace{\left[ \binom{r}{m} Q(q)^m (1-Q(q))^{r-m} \right]}_{=\sum_{m=0}^r \dots = 1} \cdot \sum_{i=0}^{s(g)-\chi(y)} \binom{g}{i} Q(q)^i (1-Q(q))^{g-i} + \dots \\ &\dots + \underbrace{\sum_{m=0}^c \sum_{j=0}^{m-1} \binom{r}{j} \binom{g}{s(g)-\chi(y)+m-j} Q(q)^{s(g)-\chi(y)+m} (1-Q(q))^{c-s(g)+\chi(y)-m}}_{=\sum_{j=0}^{c-1} \sum_{m=j+1}^c \dots} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{i=0}^{s(g)-\chi(y)} \binom{g}{i} Q(q)^i (1-Q(q))^{g-i} + \dots \\
 &\quad \dots + \underbrace{\sum_{j=0}^{c-1} \sum_{m=s(g)-\chi(y)+1}^{c+s(g)-\chi(y)-j} \binom{r}{j} \binom{g}{m} Q(q)^{m+j} (1-Q(q))^{c-m-j}}_{\text{Indexverschiebung } m \mapsto m+j-(s(g)-\chi(y))} \quad (\text{B.90}) \\
 &= \sum_{i=0}^{s(g)-\chi(y)} \binom{g}{i} Q(q)^i (1-Q(q))^{g-i} + \dots \\
 &\quad \dots + \underbrace{\sum_{j=0}^{c-1} \left[ \binom{r}{j} Q(q)^j (1-Q(q))^{r-j} \cdot \sum_{m=s(g)-\chi(y)+1}^{c+s(g)-\chi(y)-j} \binom{g}{m} Q(q)^m (1-Q(q))^{g-m} \right]}_{= \sum_{j=0}^r \dots} \\
 &= \sum_{i=0}^{s(g)-\chi(y)} \binom{g}{i} Q(q)^i (1-Q(q))^{g-i} + \dots \\
 &\quad \dots + \underbrace{\sum_{j=0}^r \left[ \binom{r}{j} Q(q)^j (1-Q(q))^{r-j} \right]}_{=1} \cdot \sum_{m=s(g)-\chi(y)+1}^g \binom{g}{m} Q(q)^m (1-Q(q))^{g-m} \\
 &= \sum_{i=0}^g \binom{g}{i} Q(q)^i (1-Q(q))^{g-i} \\
 &= 1.
 \end{aligned}$$

□

## B.8 Alternative Optimierungskriterien für $a$

In Abschnitt 4.2 wurde der pauschale Anpassungsparameter  $a$  unter Verwendung einer quadratischen Fehlerfunktion bezüglich der mittleren Rückstaulänge optimiert. Die zugehörige Zielfunktion (s. (4.30)) lautet unter Verwendung der dort eingeführten Notationen

$$\text{err}(a) := \sum_q (\mathbb{E}_q[\bar{L}] - \bar{L}_q)^2, \quad (\text{B.91})$$

wobei äquivalent auch die normierte Version

$$\text{err}^0(a) := \frac{\sum_q (\mathbb{E}_q[\bar{L}] - \bar{L}_q)^2}{\max_q (\mathbb{E}_q[\bar{L}] - \bar{L}_q)^2} \quad (\text{B.92})$$

benutzt werden kann. Selbstverständlich ist darüber hinaus beispielsweise auch eine Optimierung bezüglich der durchschnittlichen, maximalen Rückstaulänge  $\bar{L}_{\max,q}$  möglich. Sind in diesem Sinne wie zuvor  $L_{t,q}^{(i)}$  mit  $t = 1, \dots, T$  und  $i = 1, \dots, n$  die im  $i$ -ten von  $n$  Simulationsläufen gemessenen Rückstaulängen bei Verkehrsnachfrage  $q$ , so ergibt sich für den  $i$ -ten Durchgang

$$\bar{L}_{\max,q}^{(i)} := \frac{1}{\lfloor \frac{T}{c} \rfloor} \sum_{m=1}^{\lfloor \frac{T}{c} \rfloor} \max_{c(m-1) \leq t \leq cm} L_{t,q}^{(i)} \quad (\text{B.93})$$

als arithmetisches Mittel der maximalen Rückstaulängen aller vollständigen Ampelumläufe des Messintervalls  $T$ . Der zugehörige, statistisch verlässlichere Wert  $\bar{L}_{\max,q}$  errechnet sich schließlich als Mittelwert über alle Simulationsläufe:

$$\bar{L}_{\max,q} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{L}_{\max,q}^{(i)} \quad (\text{B.94})$$

Dabei ist  $\bar{L}_{\max,q}$  nicht zu verwechseln mit dem Mittelwert

$$L_{\max,q} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_{\max,q}^{(i)} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \max_{1 \leq t \leq T} L_{t,q}^{(i)} \quad (\text{B.95})$$

der absolut maximalen Rückstaulängen während des gesamten Messintervalls  $T$ . Tatsächlich stimmen die Werte aus (B.94) und (B.95) in der Regel nicht überein, es gilt allerdings stets  $\bar{L}_{\max,q} \leq L_{\max,q}$ , wie man sich leicht überlegt.

Beachtet man, dass sich die erwartete, maximale Rückstaulänge basierend auf den stationären Verteilungen  $\pi(q)$  aus Abschnitt 4.1 und mit den weiteren Notationen aus Abschnitt 4.2 gemäß

$$\mathbb{E}_q[\bar{L}_{\max}] := \sum_{y_0=y_{\min}}^{y_{\max}} \pi_{y_0}(q) \max_{t=0,\dots,c-1} \ell(Y_t(y_0)) \quad (\text{B.96})$$

berechnen lässt, so ergibt sich als (quadratische) Fehlerfunktion

$$\text{err}_{\max}(a) := \sum_q (\mathbb{E}_q[\bar{L}_{\max}] - \bar{L}_{\max,q})^2. \quad (\text{B.97})$$

Aber nicht nur bezüglich der Rückstaulänge, sondern auch basierend auf den analytischen Verkehrsdichteprofilen  $K(\cdot|q)$  aus Abschnitt 4.3 mit

$$K(\cdot|q) := \sum_{y_0=y_{\min}}^{y_{\max}} \left[ \pi_{y_0}(q) \cdot \frac{1}{c} \sum_{t=0}^{c-1} K(Y_t(y_0)) \right] = \sum_{y_0=y_{\min}}^{y_{\max}} \sum_{t=0}^{c-1} \frac{\pi_{y_0}(q)}{c} K(Y_t(y_0)) \quad (\text{B.98})$$

ist eine Optimierung des Parameters  $a$  durchführbar. Sind in diesem Zusammenhang  $K_q(\cdot)$  die gemäß (B.104) bzw. (B.105) geglätteten, simulierten Verkehrsdichteprofile zu  $q$  (s. Anhang B.9), so lautet die zu (B.92) analoge, normierte, quadratische Fehlerfunktion

$$\text{err}^1(a) := \frac{\sum_q \sum_{x=1}^N (K(x|q) - K_q(x))^2}{\max_q \left( \sum_{x=1}^N (K(x|q) - K_q(x))^2 \right)}. \quad (\text{B.99})$$

Das zugehörige, optimale  $a$  kann dabei wie zuvor leicht mit Hilfe des Simplexverfahrens von Nelder und Mead (vgl. [Mül04, NM65]) ermittelt werden. Für die bereits in Abschnitt 4.2 betrachtete Konstellation an Basisparametern mit  $N = 100$ ,  $g = 25$ ,  $r = 35$  und  $v_{\max} = 2$  ergibt sich mit  $a^* = 0.6286277777$  ein etwas niedrigerer Wert als bei Optimierung bezüglich der mittleren, erwarteten Staulänge gemäß der Zielfunktion  $\text{err}(a)$  aus (B.91).

Es sei abschließend nur kurz darauf hingewiesen, dass natürlich auch Kombinationen der vorgestellten Optimierungskriterien möglich sind. Basierend auf den normierten Fehlerfunktionen aus (B.92) und (B.99) lassen sich etwa durch Konvexkombination gemäß

$$\text{err}^\zeta(a) := (1 - \zeta) \cdot \text{err}^0(a) + \zeta \cdot \text{err}^1(a) \quad (\text{B.100})$$

mit  $\zeta \in [0, 1]$  leicht unterschiedlich gewichtete Zielfunktionen konstruieren. Im Fall  $\zeta = 0.5$  liefert das Simplexverfahren von Nelder und Mead unter Verwendung derselben Basisparameter wie zuvor mit  $a^* = 0.7992632031$  beispielsweise einen Wert, der (wie erwartet) zwischen den beiden Ergebnissen für die Zielfunktionen (B.91) und (B.99) liegt.

## B.9 Glättung simulierter Verkehrsdichteprofile

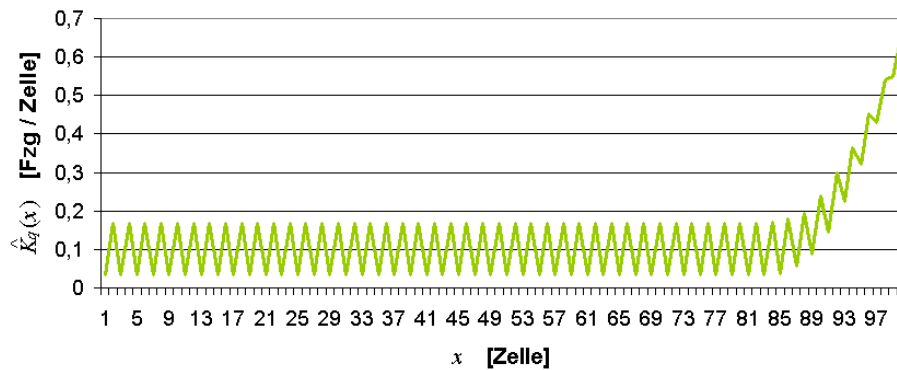
Grundsätzlich lassen sich für das verwendete Nagel-Schreckenberg Modell im Rahmen von Simulationen sehr leicht Verkehrsdichteprofile, d.h. genauer Belegungsprofile<sup>6</sup> zu jeder Verkehrsnachfrage  $q$  erzeugen. Hierzu ist lediglich zu zählen, während wievielen Zeitschritten jede einzelne Zelle des Systems belegt ist. Mittels Division durch die Dauer  $T$  des Beobachtungszeitraums ergeben sich dann für alle Zellen die relativen Belegungshäufigkeiten, die zusammen jeweils das gesuchte Belegungsprofil bilden.

Nun gilt aber, dass die jeweils momentane, lokale Verkehrsdichte  $\hat{K}_{t,q}(x)$  der isoliert betrachteten Zellen  $x$  in jedem Zeitschritt  $t = 1, \dots, T$  ausschließlich 0 oder 1 Fahrzeug (pro Zelle) betragen kann, je nachdem ob die entsprechende Zelle gerade frei oder belegt ist. Die oben ermittelten, relativen Belegungshäufigkeiten stimmen folglich bis auf Einheiten<sup>7</sup> mit der zeitlich gemittelten, lokalen Verkehrsdichte

$$\hat{K}_q(x) := \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{K}_{t,q}(x) \quad (\text{B.101})$$

überein. Zumindest in diesem Sinne können Belegung und lokale Verkehrsdichte also trotz aller formalen Unterschiede im Rahmen der vorliegenden Arbeit als äquivalente Begriffe aufgefasst werden.

Abbildung B-4 zeigt in diesem Zusammenhang ein typisches, simuliertes Belegungs- bzw. Verkehrsdichteprofil. Man erkennt sofort die ungewöhnlichen, periodischen Schwankungen bei der Verkehrsdichte, die im Folgenden näher analysiert werden sollen.



**Abbildung B-4:** Typisches Simulationsbeispiel für ein Verkehrsdichteprofil.  
(Verwendete Basisparameter:  $N = 100$ ,  $g = 25$ ,  $r = 35$ ,  $v_{\max} = 2$ ,  $q = 0.20$ .)

Zur Erklärung der Oszillationen ist es dabei erforderlich, noch einmal einen Blick auf den Zuflussprozess im verwendeten Nagel-Schreckenberg Modell (vgl. Kapitel 2) zu werfen. Es stellt

<sup>6</sup>Im Gegensatz zur Verkehrsdichte, die als räumliches Maß die Anzahl an Fahrzeugen pro Streckeneinheit beschreibt, meint Belegung die Anzahl an Fahrzeugen pro Zeiteinheit an einem fixen Straßenquerschnitt. Insbesondere dürfen die beiden Begriffe im Regelfall nicht miteinander verwechselt werden.

<sup>7</sup>Zur Ermittlung der durchschnittlichen, lokalen Verkehrsdichte ist die dimensionslose, relative Belegungshäufigkeit zumindest im Rahmen des verwendeten, zellularen Verkehrsflussmodells formal lediglich mit der Einheit Fzg/Zelle zu multiplizieren.

sich heraus (vgl. auch [JM09b]), dass die in diesem Zuge berechneten, stationären Wahrscheinlichkeiten  $\pi_i$  aus Anhang B.1 mit  $i = 1, \dots, v_{\max} + 1$  bereits nach Konstruktion jeweils die Belegungshäufigkeit der zugehörigen  $i$ -ten Zelle des Einsatzbereiches links des eigentlichen Straßenabschnitts (vgl. Abschnitt 2.2) liefern. Dabei gilt laut (B.6) und (B.10) aus Anhang B.1

$$\pi_i = \frac{q^{v_{\max}-i+2}(1-q)}{1 - q^{v_{\max}} + q^{v_{\max}+1} - q^{v_{\max}+2}} \quad (\text{B.102})$$

für alle  $i = 1, \dots, v_{\max} + 1$ .

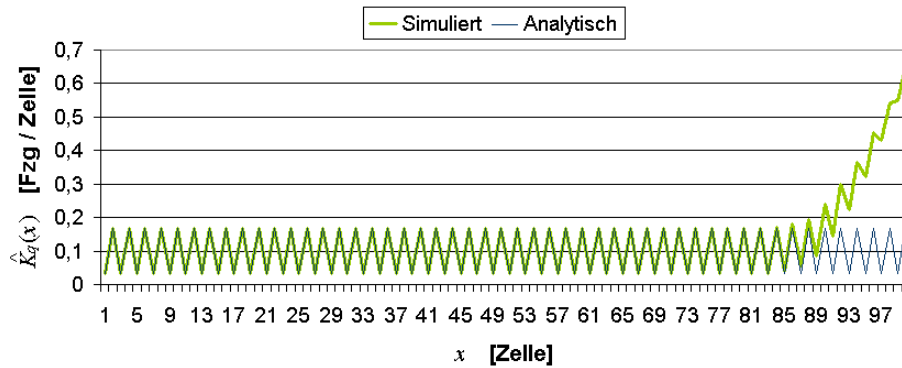
Entscheidend ist nun, dass im Rahmen des verwendeten Nagel-Schreckenberg Modells ein deterministisches Fahrverhalten angenommen wurde, bei dem Fahrzeuge den Einsatzbereich stets mit maximaler Geschwindigkeit verlassen und diese Geschwindigkeit bis zum Erreichen des gestauten Bereiches auch beibehalten. Dies hat nämlich zur Folge, dass sich die Belegungshäufigkeiten aus (B.102) in sehr einfacher Weise periodisch fortpflanzen.

Konkret ergibt sich für die Zellen  $x = 1, v_{\max} + 1, 2v_{\max} + 1, \dots$  des eigentlichen Straßenabschnitts unter der Annahme freien Verkehrs beispielsweise die stationäre Belegungshäufigkeit  $\hat{K}_q(x) = \pi_2$ , da Fahrzeuge in Zelle 2 des Einsatzbereiches im weiteren Verlauf Schritt für Schritt genau auf die genannten Zellen  $x$  des eigentlich betrachteten Segments vorfahren und die übrigen Zellen dabei systematisch überspringen. Allgemein gilt in diesem Zusammenhang für  $i = 2, \dots, v_{\max} + 1$  mit  $m \in \mathbb{N}_0$  also offenbar

$$\hat{K}_q(i - 1 + mv_{\max}) = \pi_i, \quad (\text{B.103})$$

solange die Zelle  $x = i - 1 + mv_{\max}$  jeweils nicht durch das Stauverhalten am rechten Rand des Systems beeinflusst ist.

Man erkennt in Übereinstimmung mit dem Beispiel aus Abbildung B-4 sofort  $v_{\max}$  als Periode, und Abbildung B-5 zeigt, dass die analytischen Ergebnisse aus (B.103) auch quantitativ exakt den simulierten Werten entsprechen.



**Abbildung B-5:** Analytische lokale Verkehrsdichten im Vergleich zur Simulation.  
(Verwendete Basisparameter:  $N = 100$ ,  $g = 25$ ,  $r = 35$ ,  $v_{\max} = 2$ ,  $q = 0.20$ .)

Dabei ist zu beachten, dass die Übereinstimmung nach Konstruktion selbstverständlich nur im Bereich freien Verkehrs gelten kann. Dass darüber hinaus beim simulierten Profil die Amplitude der Verkehrsdichteschwankungen im gestauten Bereich zum rechten Rand des Systems hin abnimmt, hängt mit dem nivellierenden Einfluss der Lichtsignalanlage zusammen. Indem Fahrzeuge zum Bremsen oder Anhalten gezwungen werden, wird hier die periodische Fortpflanzung der Belegungshäufigkeiten des Einsatzbereiches unterbunden, was letztlich zu einer Angleichung der entsprechenden Belegungswerte führt. Im Extremfall, dass Teile des betrachteten Straßenabschnitts dauerhaft gestaut sind, verschwinden die Schwankungen sogar völlig (vgl. obere Kurve

in Abb. B-6).

Es sei ferner nur am Rande erwähnt, dass in Übereinstimmung mit (B.103) selbstverständlich auch im Fall  $v_{\max} = 1$  keine Oszillationen bei den Verkehrsdichteprofilen auftreten, da durch die niedrige Maximalgeschwindigkeit in dieser Situation ein systematisches Überspringen von Zellen für Fahrzeuge im System unmöglich ist.

Glücklicherweise können auf Grundlage der genauen Kenntnis der periodischen Struktur der simulierten Profile aber auch für  $v_{\max} > 1$  sehr leicht geglättete Kurven ermittelt werden. Dies ist vor allem dann wichtig, wenn beispielsweise in Anhang B.8 eine numerische Optimierung des Modellparameters  $a$  vollständig oder teilweise auf Basis der Übereinstimmung zwischen analytischen und simulierten Verkehrsdichteprofilen erfolgt (vgl. (B.99) bzw. (B.100)). Darüber hinaus vereinfacht eine passende Glättung auch allgemein den Vergleich zwischen Theorie und Simulation (vgl. z.B. Abb. 4-6 in Abschnitt 4.3).

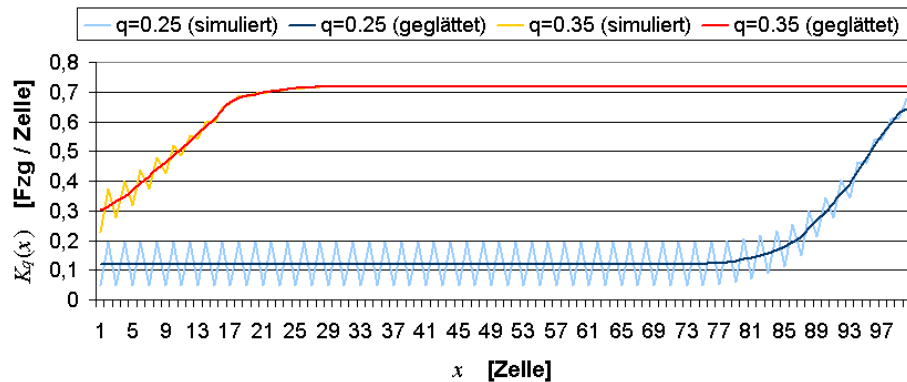
Als besonders geeignet erweist sich in diesem Zusammenhang eine jeweils genau an die Periodenlänge angepasste, zentrierte Mittelwertbildung für jede Zelle des Systems, die effektiv die durch den Zuflussmechanismus bedingten Oszillationen der Verkehrsdichte eliminiert, ohne dabei jedoch wesentliche Charakteristika wie den Anstieg der Verkehrsdichte an der Lichtsignalanlage zu verändern. Genauer gelten die Glättungsvorschriften<sup>8</sup>

$$K_q(x) := \frac{1}{v_{\max}} \sum_{i=-\frac{v_{\max}-1}{2}}^{\frac{v_{\max}-1}{2}} \hat{K}_q(x+i) \quad (\text{B.104})$$

für ungerade  $v_{\max}$  bzw.

$$K_q(x) := \frac{1}{v_{\max}} \left[ \frac{1}{2} \hat{K}_q\left(x - \frac{v_{\max}}{2}\right) + \sum_{i=-\frac{v_{\max}}{2}+1}^{\frac{v_{\max}}{2}-1} \hat{K}_q(x+i) + \frac{1}{2} \hat{K}_q\left(x + \frac{v_{\max}}{2}\right) \right] \quad (\text{B.105})$$

für gerade  $v_{\max}$ . Abbildung B-6 zeigt exemplarisch einmal für Unter- und einmal für Übersättigung die entsprechend geglätteten Verkehrsdichteprofile im Vergleich zu den ungeglätteten Kurven.



**Abbildung B-6:** Beispiele für geglättete Verkehrsdichteprofile.  
(Verwendete Basisparameter:  $N = 100$ ,  $g = 25$ ,  $r = 35$ ,  $v_{\max} = 2$ .)

<sup>8</sup>Am Rand des Systems sind gegebenenfalls leichte Modifikationen der Vorschriften aus (B.104) und (B.105) erforderlich, da aufgrund fehlender Werte eine zentrierte Mittelwertbildung mit der entsprechenden räumlichen Ausdehnung in diesem Fall unter Umständen nicht möglich ist.

## B.10 Weitere Kenngrößen zur Rückstaulänge

Im Rahmen des Hauptteils der vorliegenden Arbeit liegt der Fokus in der Regel auf der Schätzung der mittleren Rückstaulänge als wesentliche Maßzahl zur Beschreibung der Verkehrssituation an Lichtsignalanlagen. Aus unterschiedlichen Gründen können allerdings auch andere Kenngrößen zur Charakterisierung des Rückstaus von Interesse sein. Gerade im Bereich der Stauraumbemessung spielen etwa die erwartete, maximale Rückstaulänge oder deren Quantile eine besondere Rolle (vgl. [For01]). Darüber hinaus sind Streuungswerte wie die Standardabweichung oder Varianz zentrale Maße bei der Interpretation und Bewertung der entsprechenden Mittel- bzw. Erwartungswerte. Tabelle B-1 zeigt in diesem Zusammenhang unter Verwendung früherer Notationen eine Übersicht der wichtigsten Formeln auf Basis der Theorie der Kapitel 2 bis 4.

Erwartete, mittlere Rückstaulänge	$\mathbb{E}_q[\bar{L}] = \sum_{y_0=y_{\min}}^{y_{\max}} \sum_{t=0}^{c-1} \frac{\pi_{y_0}(q)}{c} \ell(Y_t(y_0))$
Erwartete, maximale Rückstaulänge	$\mathbb{E}_q[\bar{L}_{\max}] = \sum_{y_0=y_{\min}}^{y_{\max}} \pi_{y_0}(q) \max_{t=0, \dots, c-1} \ell(Y_t(y_0))$
Varianz der mittleren Rückstaulänge	$\text{Var}_q(\bar{L}) = \sum_{y_0=y_{\min}}^{y_{\max}} \left[ \pi_{y_0}(q) \cdot \left( \frac{1}{c} \sum_{t=0}^{c-1} \ell(Y_t(y_0)) \right)^2 \right] - \mathbb{E}_q[\bar{L}]^2$
Varianz der maximalen Rückstaulänge	$\text{Var}_q(\bar{L}_{\max}) = \sum_{y_0=y_{\min}}^{y_{\max}} \left[ \pi_{y_0}(q) \cdot \left( \max_{t=0, \dots, c-1} \ell(Y_t(y_0)) \right)^2 \right] - \mathbb{E}_q[\bar{L}_{\max}]^2$
Standardabweichung der mittleren Rückstaulänge	$\sigma_q(\bar{L}) = \sqrt{\text{Var}_q(\bar{L})}$
Standardabweichung der maximalen Rückstaulänge	$\sigma_q(\bar{L}_{\max}) = \sqrt{\text{Var}_q(\bar{L}_{\max})}$
$\alpha$ -Quantil der mittleren Rückstaulänge	$\bar{L}^{\alpha, q} = \frac{1}{c} \sum_{t=0}^{c-1} \ell(Y_t(y_0^{\alpha, q})) \quad \text{mit} \quad y_0^{\alpha, q} = \alpha\text{-Quantil von } \pi(q)$
$\alpha$ -Quantil der maximalen Rückstaulänge	$\bar{L}_{\max}^{\alpha, q} = \max_{t=0, \dots, c-1} \ell(Y_t(y_0^{\alpha, q})) \quad \text{mit} \quad y_0^{\alpha, q} = \alpha\text{-Quantil von } \pi(q)$

**Tabelle B-1:** Kenngrößen zur Beschreibung der Rückstaulänge.



# Glossar

**Bruttoinlandsprodukt (BIP)** Das Bruttoinlandsprodukt misst den Gesamtwert aller im Inland für den Endverbrauch hergestellten Waren und Dienstleistungen innerhalb eines bestimmten Zeitraums und ist damit ein wichtiger Indikator für die volkswirtschaftliche Leistung eines Landes (vgl. [Wik10]).

**Datenfusion** Bei der Datenfusion werden Signale bzw. Daten mehrerer Sensoren miteinander verglichen und kombiniert, um die reale Welt genauer und zuverlässiger zu erfassen als es mit einem einzelnen Sensor möglich wäre. Im Rahmen der Verkehrstechnik werden in der Regel vier Ebenen der Datenfusion unterschieden, die von der Fehlerkorrektur bei den einzelnen Datenquellen bis hin zur Integration von Verkehrsdaten im Zuge einer umfassenden, intermodalen Betrachtung reichen (vgl. [For03b]). In der vorliegenden Arbeit ist mit Datenfusion zumeist speziell die entsprechend zweite Fusionsstufe gemeint, die sich bezogen auf isolierte Streckenabschnitte unter anderem mit der Erhöhung der Datenqualität, der Schließung von räumlichen und/oder zeitlichen Informationslücken sowie der Berechnung zusätzlicher, nicht direkt gemessener Kenngrößen beschäftigt.

**Floating-Car-Daten (FCD)** Als Floating-Car-Daten bezeichnet man insbesondere die mit Zeitstempeln versehenen Positionsdaten einzelner im Verkehr „mitschwimmender“ Fahrzeuge, die diese über jeweils geeignete Kommunikationskanäle einer weiterführenden Auswertung im Rahmen des Verkehrsmonitorings zur Verfügung stellen. Die fahrzeugseitige Erfassung der Positionen erfolgt dabei in der Regel über GPS, wenngleich beispielsweise mit Mobilfunkortung – man spricht dann auch von Floating-Phone-Daten bzw. kurz FPD – ebenso andere Varianten mit ihren spezifischen Vor- und Nachteilen möglich sind. Darüber hinaus können Floating-Car-Daten weitere Informationen aus der Fahrzeugsensorik wie aktuelle Geschwindigkeiten, Umgebungstemperatur, Blinkereinstellung, etc. umfassen, wobei hierfür auch der Begriff XFCD für „Extended Floating-Car-Data“ geläufig ist.

**Geokoordinaten** Geokoordinaten dienen der Beschreibung von Positionen auf der Erde und bestehen aus Angaben zu geographischer Länge und Breite sowie teilweise zur Höhe über NN.

**Global Positioning System (GPS)** Das ursprünglich für militärische Zwecke von den USA eingeführte Global Positioning System (GPS, offiziell NAVSTAR-GPS) dient der satellitengestützten Positionsbestimmung auf der Erde (vgl. [EIR06, Wik10]). Übliche GPS-Empfänger erreichen dabei eine Ortungsgenauigkeit von wenigen Metern und werden heutzutage vielseitig auch im zivilen Bereich etwa bei der Fahrzeugnavigation eingesetzt.

**Induktionsschleifendetektor** Die Erfassung von Fahrzeugen mit (Induktions-)Schleifendetektoren gehört derzeit zu den häufigsten Methoden im Rahmen des Verkehrsmonitorings. Basierend auf dem physikalischen Prinzip der elektromagnetischen Induktion können dabei neben der Klassifizierung nach Fahrzeugtypen unter anderem die Verkehrsstärke sowie Zeitlücken, Belegungsdauern und gegebenenfalls lokale Geschwindigkeiten gemessen werden.

**Kapazität** Die Kapazität eines Straßenquerschnitts oder -knotens entspricht dem maximal möglichen Durchfluss an Fahrzeugen pro Zeiteinheit.

**Koordinierung von Lichtsignalanlagen** Die Koordinierung von Lichtsignalanlagen dient der Optimierung der Verkehrsflüsse im Netz beispielsweise durch Anpassung der Versatzzeiten zwischen den Schaltplänen aufeinanderfolgender Lichtsignalanlagen. Die bekannteste Form der Koordinierung ist die sogenannte „Grüne Welle“.

**Map-Matching** Positionsdaten (z.B. bei GPS) liegen häufig in Form von Geokoordinaten vor. Für die EDV-gestützte Weiterverarbeitung im Verkehrsmanagement müssen sie jedoch in der Regel in Positionen auf einer digitalen Karte überführt werden. Der Umrechnungsprozess heißt Map-Matching, wobei unterschiedliche Algorithmen mit jeweils spezifischen Vor- und Nachteilen zum Einsatz kommen können.

**Mehrwegeeffekt** Der sogenannte Mehrwegeeffekt tritt im Zuge der GPS-Ortung auf, wenn Satellitensignale den jeweiligen Empfänger nicht nur auf direktem Weg, sondern durch Reflexion an umgebenden Objekten (z.B. Gebäuden) auch über andere Wege erreichen. Die dadurch entstehenden Unterschiede der Signallaufzeiten führen schließlich zu einer möglichen Verfälschung bei der Positionsbestimmung.

**Mobilität** Im Speziellen bezeichnet Mobilität die Anzahl an Wegen, die eine Person pro Zeiteinheit zurücklegt, und ist somit ein grundsätzliches Maß für das Bedürfnis von Personen zur Ortsveränderung. Typische Mobilitätszwecke sind die Fahrt zur Wohnung oder zur Arbeit sowie Freizeitaktivitäten. Wichtige Mobilitätskennzahlen sind darüber hinaus z.B. die Mobilitätsrate, das Mobilitätsbudget und das Mobilitätsstreckenbudget.

**Mobilitätsmanagement** Der vergleichsweise neue Begriff des Mobilitätsmanagements beschäftigt sich mit der Beeinflussung von Personen in ihrem Bedürfnis zur Ortsveränderung durch geeignete Maßnahmen und Anreize (z.B. Heimarbeit, verlängerte Ladenöffnungszeiten, veränderte Siedlungsstrukturen, etc.). Durch eine räumliche und zeitliche Verlagerung bzw. teilweise Vermeidung der Verkehrsnachfrage kann somit bereits bei der Verkehrsentstehung positiv auf das gesamte Verkehrsgeschehen eingewirkt werden (vgl. [Kem09]).

**Nachfragesteuerung** Als Bestandteil des Mobilitätsmanagements versucht die Nachfragesteuerung, neben der Vermeidung und der räumlich-zeitlichen Verlagerung von Verkehr durch geeignete Anreizmechanismen insbesondere auch die Verkehrsmittelwahl zu beeinflussen und auf diese Weise positive Veränderungen im Modal Split hervorzurufen.

**Qualitätsmanagement** Ziel des Qualitätsmanagements ist es, durch Standardisierung und strukturierte Maßnahmen, Verbesserungen bei Produkten, Prozessen und Leistungen beliebiger Art hervorzurufen (vgl. [Wik10]). Speziell bezogen auf Lichtsignalanlagen könnte sich ein Qualitätsmanagement beispielsweise mit der dauerhaften Gewährleistung der Funktionsfähigkeit der Hard- und Softwarekomponenten sowie der langfristigen Sicherung der Effizienz der Schaltpläne beschäftigen.

**Routing** Unter Routing versteht man die Berechnung des (optimalen) Weges zwischen zwei oder mehr Positionen in einer (digitalen) Karte nach verschiedenen Kriterien wie Reisezeit oder Entfernung. Im Gegensatz zu einer Trajektorie enthält eine Route als Ergebnis des Routings eine vollständige Beschreibung des Weges zwischen Start- und Zielpunkt.

**Spillback-Effekt** Mit Spillback-Effekt wird das Phänomen bezeichnet, wenn sich Staus oder Störungen im Verkehrsnetz stromaufwärts ausbreiten und negativ auf vorgelagerte Streckenabschnitte und/oder Netzknoten auswirken.

**Staumbaumessung** Mit Staumbaumessung wird in der Verkehrsplanung die Dimensionierung der Wartebereiche für die unterschiedlichen Abbiegeströme an einer Lichtsignalanlage bezeichnet.

**Störungsmanagement** Aufgabe des Störungsmanagements (im Straßenverkehr) ist es, mittels geeigneter und koordinierter Maßnahmen Störungen in der Verkehrsinfrastruktur (z.B. System-

ausfälle) oder im Verkehrsablauf (z.B. bei Unfällen) effizient zu beseitigen und dadurch schnell die maximale Leistungsfähigkeit wiederherzustellen.

**Taxi-FCD** Aufgrund ihrer hohen Fahrleistung stellen Taxis eine hervorragende Quelle für Floating-Car-Daten dar. Soll die Herkunft der Daten dabei explizit genannt werden, spricht man in diesem Fall häufig auch von Taxi-FCD. Andere potentielle Datenquellen sind beispielsweise Linienbusse bzw. Straßenbahnen (ÖV-FCD) oder private Fahrzeugflotten (MIV-FCD).

**Trajektorie** Als Trajektorie bezeichnet man im Zusammenhang mit Floating-Car-Daten eine chronologisch geordnete Liste der Positionsmeldungen desselben Fahrzeugs. Durch Bildung der Zeitdifferenz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Datenpunkten lässt sich dann unmittelbar die Reisezeit für den dazwischen befahrenen Streckenabschnitt berechnen.

**Verkehr** Im Gegensatz zur Mobilität bezeichnet Verkehr den Prozess der Ortsveränderung von Gütern und Personen an sich. Wichtige Verkehrskenngrößen sind z.B. die Verkehrsstärke, die Verkehrsdichte oder die Geschwindigkeit. Im abstrakteren Sinne lässt sich der Begriff Verkehr darüber hinaus beispielsweise auch für den Fluss von Informationen und Energie definieren.

**Verkehrsadaptivität** Ziel verkehrsadaptiver Steuerungen im Straßenverkehr ist es, auf zufällige Schwankungen im Verkehrsfluss zu reagieren. Beispielsweise an Lichtsignalanlagen dienen verkehrsadaptive Steuerungen im Gegensatz zur Festzeitsteuerung der optimierten Anpassung der Sperr- und Freigabezeiten an den zufließenden Verkehr. Auf diese Weise erhöhen sie die Leistungsfähigkeit der entsprechenden Knotenpunkte und reduzieren Rückstaus und Wartezeiten. Ein häufig verwendeter, einfacher Ansatz zur verkehrsadaptiven Steuerung von Lichtsignalanlagen ist die sogenannte Zeitlückensteuerung.

**Verkehrsbeeinflussung** Unter dem Begriff Verkehrsbeeinflussung werden alle Maßnahmen zur Steuerung des fließenden und ruhenden Verkehrs zusammengefasst.

**Verkehrsmanagement** Das Verkehrsmanagement beschäftigt sich mit der Optimierung von Verkehrsabläufen innerhalb der vorhandenen Verkehrsinfrastruktur (vgl. [Wik10]). Ein klassisches Ziel ist dabei die Minimierung von Reisezeiten, aber auch die Erhöhung der Verkehrssicherheit, die Reduzierung von Schadstoffemissionen, etc. sind wichtige Optimierungskriterien. Wesentliche Komponenten des Verkehrsmanagements sind das Verkehrsmonitoring und die Verkehrsbeeinflussung sowie ein entsprechendes Qualitätsmanagement.

**Verkehrsmonitoring** Der Oberbegriff Verkehrsmonitoring steht allgemein für die automatische Verkehrslageerfassung im Rahmen des Verkehrsmanagements und reicht von der Detektion vor Ort bis hin zur rechnerischen Aufbereitung und Visualisierung der Daten beispielsweise in einer Verkehrsmanagement- oder Betriebsleitzentrale.

**Verkehrsnetz** Die Gesamtheit aller Straßen (und Schienen- bzw. Wasserwege) in einem Gebiet bildet das sogenannte Verkehrsnetz, auf dem sich der (Straßen-)Verkehr vollständig abspielt. In abstrakter Betrachtungsweise und zur computergestützten Verarbeitung werden Verkehrsnetze in der Regel durch mathematische Graphen modelliert, deren Kanten den Strecken und deren Knoten den Kreuzungspunkten des realen Netzes entsprechen.

**Verkehrsplanung** Die Verkehrsplanung beschäftigt sich mit der optimalen Gestaltung von Verkehrssystemen, insbesondere dem Entwurf und der Bemessung von Straßenverkehrsanlagen. Im Rahmen einer integrierten Betrachtung umfasst die Verkehrsplanung zunehmend aber auch andere verkehrsrelevante Planungsbereiche wie z.B. Umwelt oder Siedlungsentwicklung (vgl. [Wik10]).

**Verkehrsweißbuch** Das Verkehrsweißbuch der Europäischen Kommission (s. [Eur01]) sowie die entsprechenden Folgedokumente (s. z.B. [Eur06]) beschreiben die wesentlichen Strategien der europäischen Verkehrspolitik und sind somit wichtige Anhaltspunkte für zukünftige Entwicklungen des Verkehrs in Europa und darüber hinaus.

**Zeitlückensteuerung** Die Zeitlückensteuerung ist eines der am häufigsten eingesetzten, verkehrsadaptiven Verfahren zur Lichtsignalsteuerung. Basierend auf den Zeitlücken zwischen den Fahrzeugen im abfließenden Verkehrsstrom wird dabei automatisch erkannt, wann der jeweilige Ampelrückstau vollständig abgebaut ist, sodass die Freigabezeit zugunsten der anderen Verkehrsströme am betrachteten Knoten gegebenenfalls vorzeitig abgebrochen werden kann.

**Zellularautomat** Zellularautomaten sind eine spezielle Klasse diskreter, dynamischer Modelle, deren Systemzustände ausschließlich durch lokale Regeln festgelegt werden. Entwickelt wurden sie in der Mitte des 20. Jahrhunderts durch John von Neumann. Neben der theoretischen Informatik finden sie in vielen wissenschaftlichen Disziplinen wie der Biologie oder auch den Wirtschaftswissenschaften Verwendung (vgl. [Neu07a]). Seit der Formulierung des Nagel-Schreckenberg Modells (s. [NS92]) spielen Zellularautomaten auch in der Verkehrsmodellierung eine wichtige Rolle.

# Symbolverzeichnis

## Allgemeine mathematische Symbole

$\mathbb{N}$	natürliche Zahlen ohne Null: $\mathbb{N} := \{1, 2, 3, \dots\}$
$\mathbb{N}_0$	natürliche Zahlen mit Null: $\mathbb{N}_0 := \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
$\mathbb{Z}$	ganze Zahlen: $\mathbb{Z} := \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
$\mathbb{R}$	reelle Zahlen
$[a, b]$	abgeschlossenes Intervall: $[a, b] := \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$
$(a, b)$	offenes Intervall: $(a, b) := \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$
$\lfloor x \rfloor$	untere Gaußklammer: $\lfloor x \rfloor := \max\{k \in \mathbb{Z} \mid k \leq x\}$
$\lceil x \rceil$	obere Gaußklammer: $\lceil x \rceil := \min\{k \in \mathbb{Z} \mid k \geq x\}$
$\binom{n}{k}$	Binomialkoeffizient: $\binom{n}{k} := \frac{n!}{k!(n-k)!}$
$\delta_{i,j}$	Kroneckersymbol: $\delta_{i,j} = 1$ , falls $i = j$ ; $\delta_{i,j} = 0$ sonst
$I$	Einheitsmatrix
$f^+$	Positivteil der Funktion $f$ , $f^+ := \max\{f, 0\}$
$s_i \rightarrow s_j$	$s_j$ ist von $s_i$ aus erreichbar (bei Markovketten)
$s_i \leftrightarrow s_j$	$s_i$ und $s_j$ sind kommunizierend (bei Markovketten)
ggT	größter, gemeinsamer Teiler
$\mathbb{E}[\cdot]$	Erwartungswert
$\mathbb{P}(\cdot \mid \cdot)$	bedingte Wahrscheinlichkeit
$\mathbb{E}(\cdot \mid \cdot)$	bedingter Erwartungswert

## Bezeichnungen und Notationen

$N$	Segmentlänge (in Zellen)
$t$	Zeitparameter
$x$	Ortsparameter
$v_i(t)$	Geschwindigkeit des $i$ -ten Fahrzeugs zur Zeit $t$
$x_i(t)$	Position (Zellennummer) des $i$ -ten Fahrzeugs zur Zeit $t$
$d_i(t)$	Nettoweglücke vor $i$ -tem Fahrzeug zur Zeit $t$
$v_{\max}$	Maximalgeschwindigkeit
$p$	Slowdown-Wahrscheinlichkeit
$q$	Zuflusswahrscheinlichkeit, Verkehrsnachfrage
$r$	effektive Sperrzeit
$g$	effektive Freigabezeit
$Q, Q(q)$	Zufluss, Zuflussrate bzw. Zuflussfunktion
$\pi$	Gleichgewichtsverteilung einer diskreten Markovkette, z.B. $\pi := (\pi_0, \dots, \pi_{v_{\max}+1})$
$P$	Übergangsmatrix einer diskreten Markovkette
$Q_{\max}$	maximal mögliche Verkehrsstärke im deterministischen Nagel-Schreckenberg Modell, $Q_{\max} = \frac{v_{\max}}{v_{\max}+1}$
$d(n; v_{\max})$	Funktion für die Zeit, bis $n$ Fahrzeuge am rechten Rand aus einem kompakten Rückstau bei unendlicher Freigabezeit abgefließen sind
$s$	Abflussfunktion
$g^*, g^*(v_{\max})$	Grenze zwischen Anfangs- und Sättigungsphase bei der Funktion $s$
$n^*, n^*(v_{\max})$	Grenze zwischen Anfangs- und Sättigungsphase bei der Funktion $d$
$\Phi$	Hilfsfunktion: Grenzwert der Abflussfunktion $s$ ohne Gaußklammer
$c$	Umlaufzeit, $c = g + r$
$Q_{\text{krit}}$	maximale Abflussrate, kritischer Zufluss

$q_{\text{krit}}$	kritische Verkehrsnachfrage
$Q^{-1}$	Umkehrfunktion der Zuflussrate $Q$
$L_{\text{stehend}}, L_{\text{fahrend}}$	Länge eines „stehenden“ bzw. „fahrenden“ Blocks (in Zellen)
$l_{\text{stehend}}, l_{\text{fahrend}}$	Anzahl an Fahrzeugen in einem „stehenden“ bzw. „fahrenden“ Block
$k_{\text{stehend}}, k_{\text{fahrend}}$	Verkehrsdichte innerhalb „stehender“ bzw. „fahrender“ Blöcke
$k_{\text{frei}}$	Verkehrsdichte im freien Verkehr
$L$	Staulänge
$\tilde{v}$	Grenzgeschwindigkeit bei der Definition langsam fahrender Fahrzeuge
$\mu$	Anzahl fahrender Fahrzeuge innerhalb des Ampelrückstaus
$\nu$	Anzahl stehender Fahrzeuge innerhalb des Ampelrückstaus
$\gamma$	Prozentsatz relevanter Fahrzeuge in „fahrenden“ Blöcken bei der Rückstaulängenbestimmung
$\bar{L}$	mittlere Rückstaulänge
$\bar{L}_{\text{max}}$	durchschnittliche, maximale Rückstaulänge
$y, y'$	Anzahl an Fahrzeugen im Segment
$\ell, \ell(y)$	zeitunabhängige Rückstaulängenfunktion bezüglich $y$
$z, z(y)$	Anzahl gestauter Fahrzeuge (ggf. als Funktion von $y$ ), $z = \mu + \nu$
$\tilde{\ell}, \tilde{\ell}(z)$	zeitunabhängige Rückstaulängenfunktion bezüglich $z$
$C$	konstantes Verhältnis zwischen fahrenden und stehenden Fahrzeugen innerhalb des Ampelrückstaus, $C = \mu/\nu$
$\mu_t, \mu_t(z)$	zeitabhängige Funktion der Anzahl an fahrenden Fahrzeugen innerhalb des Ampelrückstaus
$\nu_t, \nu_t(z)$	zeitabhängige Funktion der Anzahl an stehenden Fahrzeugen innerhalb des Ampelrückstaus
$k_{\text{max}}$	durchschnittliche Verkehrsdichte im gestauten Bereich
$\tilde{z}, \tilde{z}_t$	ungerundete Anzahl gestauter Fahrzeuge
$\lambda, \lambda_t$	ungerundete Anzahl an frei fließenden Fahrzeugen
$L_{\text{frei}}$	Länge des Blocks mit freiem Verkehr
$y_{\text{max}}$	maximale Anzahl an Fahrzeugen im Segment
$y_{\text{min}}$	minimale Anzahl an Fahrzeugen im Segment
$\mathcal{D}(\ell)$	Definitionsbereich der Rückstaulängenfunktion $\ell$
$\tilde{\ell}_t, \tilde{\ell}_t(z)$	zeitabhängige Rückstaulängenfunktion bezüglich $z$
$\ell_t, \ell_t(y)$	zeitabhängige Rückstaulängenfunktion bezüglich $y$
$\nu_t^\zeta, \nu_t^\zeta(z)$	zeitabhängige, lineare Approximation von $\nu_t$
$\mu_t^\zeta, \mu_t^\zeta(z)$	zeitabhängige, lineare Approximation von $\mu_t$
$\zeta, \zeta_t$	Parameter bei Konvexkombinationen
$\tilde{\ell}_t^\zeta, \tilde{\ell}_t^\zeta(z)$	zeitabhängige, lineare Rückstaulängenfunktion bezüglich $z$
$\bar{K}$	mittlere Verkehrsdichte (räumlich gemittelt)
$y_t$	zeitabhängige Anzahl an Fahrzeugen im Segment
$t_0$	Basiszeitpunkt bei umlaufweiser Betrachtung der Stauentwicklung
$p_{y,y'}$	Übergangswahrscheinlichkeit von $y$ nach $y'$
$\chi(y)$	Hilfsgröße bei der Bestimmung des effektiven Zuflusses, $\chi(y) := \min\{z(y), s(g)\}$
$p_m(y)$	Wahrscheinlichkeit für einen effektiven Zufluss von $m$ Fahrzeugen bei ursprünglich $y$ Fahrzeugen im Segment
$S$	Zustandsraum einer Markovkette
$\hat{y}(y, m)$	beschnittene Folgezustände bei effektivem Zufluss von $m$ Fahrzeugen, $\hat{y}(y, m) := \min\{\max\{y - \chi(y) + m, y_{\text{min}}\}, y_{\text{max}}\}$

$\pi(q)$	Gleichgewichtsverteilung für die Anzahl an Fahrzeugen im Segment bei Verkehrsnachfrage $q$
$\mathbf{1}$	Einsvektor
$\mathbb{E}_q[\cdot]$	Erwartungswert bezüglich $\pi(q)$
$\sigma_q(\cdot)$	Standardabweichung bezüglich $\pi(q)$
$Y_t$	zeitabhängige Anzahl an Fahrzeugen im Segment während eines Ampelumlaufs (aufgefasst als Zufallsvariable), auch in Form eines beschnittenen Näherungswertes, $Y_t := \min\{\max\{\tilde{Y}_t, y_{\min}\}, y_{\max}\}$
$Y^{\text{zu}}(t)$	kumulativer Zufluss während eines Ampelumlaufs
$Y^{\text{ab}}(t)$	kumulativer Abfluss während eines Ampelumlaufs
$\mathbb{E}(Y_t Y_0)$	bedingter Erwartungswert für die Anzahl an Fahrzeugen im Segment während eines Ampelumlaufs
$t \wedge g$	Kurznotation, $t \wedge g := \min\{t, g\}$
$a$	Anpassungsparameter
$\tilde{Y}_t$	heuristischer Näherungswert für die Anzahl an Fahrzeugen im Segment während eines Ampelumlaufs
$y_0$	konkrete Realisierung der Zufallsvariable $Y_0$
$Y_t(y_0)$	Näherungswert für die zeitabhängige Anzahl an Fahrzeugen im Segment während eines Ampelumlaufs (aufgefasst als deterministische Funktion von $y_0$ )
$\bar{K}_t$	zeitabhängige, mittlere Verkehrsdichte (räumlich gemittelt)
$\mathbb{E}_q[\bar{L}]$	erwartete, mittlere Rückstaulänge
$L_{t,q}^{(i)}$	gemessene Rückstaulängen
$T$	Mess- bzw. Aggregationszeitraum
$\bar{L}_q^{(i)}$	mittlere, gemessene Rückstaulänge
$L_t$	zeitabhängige Rückstaulänge im Modell, $L_t := \ell(Y_t)$
$\bar{\bar{K}}$	mittlere Verkehrsdichte (räumlich und zeitlich gemittelt)
$\bar{L}_q$	mittlere, gemessene Rückstaulänge (gemittelt über mehrere Simulationsläufe)
$\text{err}(a)$	Zielfunktion zur Optimierung des Parameters $a$ bzgl. der mittleren Rückstaulänge
$a^*$	optimaler Wert für $a$
$\bar{L}_{\max,q}^{(i)}$	gemessene, durchschnittliche, maximale Rückstaulänge
$\bar{L}_{\max,q}$	gemessene, durchschnittliche, maximale Rückstaulänge (gemittelt über mehrere Simulationsläufe)
$L_{\max,q}$	gemessene, absolut maximale Rückstaulänge
$\text{err}_{\max}(a)$	Zielfunktion zur Optimierung des Parameters $a$ bzgl. der durchschnittlichen, maximalen Rückstaulänge
$K_q(\cdot)$	geglättetes, simuliertes Verkehrsdichteprofil
$\text{err}^{\zeta}(a)$	kombinierte Zielfunktion zur Optimierung des Parameters $a$
$K_t(y)$	zeitabhängiges, elementares Verkehrsdichteprofil
$K(y)$	zeitunabhängiges, elementares Verkehrsdichteprofil
$K(\cdot q)$	erwartetes, zeitlich gemittelttes Verkehrsdichteprofil gegeben $q$
$\hat{K}_{t,q}(x)$	gemessene, momentane, lokale Verkehrsdichte
$\hat{K}_q(x)$	gemessene, zeitlich gemittelte, lokale Verkehrsdichte
$\text{Var}_q(\cdot)$	Varianz bezüglich $\pi(q)$
$\bar{L}^{\alpha,q}$	$\alpha$ -Quantil der mittleren Rückstaulänge bezüglich $\pi(q)$

$\bar{L}_{\max}^{\alpha,q}$	$\alpha$ -Quantil der maximalen Rückstaulänge bezüglich $\pi(q)$
$y_0^{\alpha,q}$	$\alpha$ -Quantil von $\pi(q)$
$\rho$	Abdeckungsgrad bzw. Prozentsatz an Floating Cars
$\Delta t$	Meldeintervall
$p(x, t q)$	Wahrscheinlichkeit, bei Verkehrsnachfrage $q$ zur Zeit $t$ an Zelle $x$ eine Positionsmeldung zu beobachten
$p(x q)$	zeitunabhängige Wahrscheinlichkeit, bei Verkehrsnachfrage $q$ an Zelle $x$ eine Positionsmeldung zu beobachten
$H(x, T q)$	erwartete Anzahl an Positionsmeldungen für Zelle $x$ während des Messintervalls $T$ gegeben Verkehrsnachfrage $q$
$\tilde{K}(\cdot q)$	normiertes Verkehrsdichteprofil gegeben $q$
$X$	Beobachtung bestehend aus Floating-Car-Positionen $x_1, \dots, x_n$ , $X = \{x_1, \dots, x_n\}$
$\mathbb{P}_q(X)$	Wahrscheinlichkeit der Beobachtung $X$ gegeben $q$
$q^*$	geschätzte Verkehrsnachfrage
$w_q$	a-priori-Gewichte
$\bar{L}^*$	geschätzte, mittlere Rückstaulänge
$q_{\text{real}}$	tatsächliche Verkehrsnachfrage
$T_0$	Simulationsvorlaufzeit
$\Delta T$	Basisaggregationsintervall
$\varepsilon$	Toleranzwert bei Datenfusion (Typ 1)
$q_{\text{tol}}$	Toleranzwert bei Datenfusion (Typ 2)
$R$	Korrelationskoeffizient
$\beta$	Ausfallrate
$p(n)$	approximative Wahrscheinlichkeit für $n$ Floating Cars während des Messintervalls $T$
$p_0$	Wahrscheinlichkeit, von einem bestimmten Floating Car mindestens eine Positionsmeldung zu erhalten
$(\Delta t)^*$	Grenze, unterhalb derer die Ausfallrate $\beta$ unabhängig von $\Delta t$ ist
$L(t)$	Staulänge im deterministischen Staumodell
$L_0$	Basisrückstaulänge im deterministischen Staumodell
$L_{\max}^{\text{inst}}$	maximale Rückstaulänge im deterministischen Staumodell, $L_{\max}^{\text{inst}} = L_0 + s(g)$
$\bar{L}^{\text{inst}}$	mittlere Rückstaulänge im deterministischen Staumodell, $\bar{L}^{\text{inst}} = L_0 + \frac{s(g)}{2}$
$K_t^{\text{inst}}(\cdot)$	elementares Verkehrsdichteprofil bei Instationarität
$K^{\text{inst}}(\cdot L_0)$	instationäres Verkehrsdichteprofil gegeben $L_0$
$\tilde{K}^{\text{inst}}(\cdot L_0)$	normiertes, instationäres Verkehrsdichteprofil gegeben $L_0$
$w_{L_0}^{\text{inst}}$	a-priori-Gewichte bei Instationarität
$\mathbb{P}_{L_0}^{\text{inst}}(X)$	Wahrscheinlichkeit der Beobachtung $X$ gegeben $L_0$ bei Instationarität
$L_0^*$	geschätzte Basisrückstaulänge
$(\bar{L}^{\text{inst}})^*$	geschätzte, mittlere Rückstaulänge bei Instationarität, $(\bar{L}^{\text{inst}})^* = L_0^* + \frac{s(g)}{2}$
$\bar{v}$	Mittelwert der Momentangeschwindigkeiten im FCD-System
$q'$	zusätzlicher Teilungspunkt des Suchraums bei Untersättigung im Fall der Fusion mit Geschwindigkeitsinformationen
$v_{\text{krit}}$	Grenzgeschwindigkeit bei zusätzlicher Teilung des Suchraums
$q_{\text{det}}$	gemessene Verkehrsnachfrage (vgl. $q_{\text{real}}$ )



$X_0, X_1, X_2, \dots$	Zufallsvariablen einer allgemeinen Markovkette
$s^{(0)}, s^{(1)}, \dots$	Zustände einer allgemeinen Markovkette
$s_1, \dots, s_n$	Zustände einer endlichen Markovkette
$p_{ij}$	Übergangswahrscheinlichkeiten einer endlichen Markovkette
$\mu^{(t)}$	Verteilung des Zustandes einer endlichen Markovkette zur Zeit $t$ , $\mu^{(t)} := (\mu_1^{(t)}, \dots, \mu_n^{(t)})$
$s^*$	spezieller Zustand einer Markovkette, der sich mit positiver Wahrscheinlichkeit innerhalb eines Zeitschritts nicht ändert



# Literaturverzeichnis

- [Aca06] acatech (2006): *Mobilität 2020. Perspektiven für den Verkehr von morgen*, Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart
- [Ada36] Adams, W. F. (1936): *Road Traffic Considered as a Random Series*, J. Inst. Civil Engineers **4**, S. 121-130
- [Akc88] Akçelik, R. (1988): *The Highway Capacity Manual Delay Formula for Signalized Intersections*, ITE Journal **58**, S. 23-27
- [Akt08] aktiv (2008): *Verkehrsmanagement – Leistungsstarke Vernetzungen aktivieren*, Projektbroschüre zur Aktiv Meilensteinpräsentation, 25. Juni 2008 (Bergisch Gladbach), [www.aktiv-online.org](http://www.aktiv-online.org) (letzter Zugriff: 06.03.2009)
- [Als00] Alsmeyer, G. (2000): *Wahrscheinlichkeitstheorie*, Skripten zur Mathematischen Statistik Nr. **30**, 2. Aufl., Westfälische Wilhelms-Universität Münster
- [Als05] Alsmeyer, G. (2005): *Stochastische Prozesse – Teil 1 – Diskrete Markov-Ketten, Martingale und Erneuerungstheorie*, Skripten zur Mathematischen Statistik Nr. **33**, 3. Aufl., Westfälische Wilhelms-Universität Münster
- [Bau96] Bauer, H. (1996): *Probability Theory*, de Gruyter Studies in Mathematics **23**, Walter de Gruyter, Berlin
- [BB05] Boltze, M., Breser, C. (2005): *Vernetzung dynamischer Verkehrsbeeinflussungssysteme*, Berichte der Bundesanstalt für Straßenwesen, Verkehrstechnik Heft **V 132**, Wirtschaftsverlag NW, Bergisch Gladbach
- [BBB<sup>+</sup>09] Bier-Kruse, H. J., Birgelen, A., Blees, V., Sturm, P. (2009): *Vom Verkehrsentwicklungsplan zum Integrierten Verkehrsmanagementplan – Der VMP 2015 der Stadt Offenbach am Main*, Straßenverkehrstechnik **2/2009**, S. 85-90
- [BBK<sup>+</sup>09] Braun, R., Busch, F., Kemper, C., Hildebrandt, R., Weichenmeier, F., Menig, C., Paulus, I., Preßlein-Lehle, R. (2009): *TRAVOLUTION – Netzweite Optimierung der Lichtsignalsteuerung und LSA-Fahrzeug-Kommunikation*, Straßenverkehrstechnik **6/2009**, S. 365-374
- [BBS<sup>+</sup>01] Brockfeld, E., Barlović, R., Schadschneider, A., Schreckenberg, M. (2001): *Optimizing traffic lights in a cellular automaton model for city traffic*, Phys. Rev. E **64**, 056132
- [BF02] Beichelt, F. E., Fatti, L. P. (2002): *Stochastic Processes and Their Applications*, Taylor & Francis, London
- [BHS<sup>+</sup>02] Barlović, R., Huisinga, T., Schadschneider, A., Schreckenberg, M. (2002): *Open boundaries in a cellular automaton model for traffic flow with metastable states*, Phys. Rev. E **66**, 046113
- [BLM<sup>+</sup>07] Brockfeld, E., Lorkowski, S., Mieth, P., Wagner, P. (2007): *Benefits and Limits of recent Floating Car Data Technology – An Evaluation study*, In: Proceedings of the 11th WCTR Conference, 24. - 28. Juni 2007 (Berkeley, USA)

- [BPW07] Brockfeld, E., Passfeld, B., Wagner, P. (2007): *Validating travel times calculated on the basis of taxi floating car data with test drives*, In: Proceedings of the 14th ITS World Congress, 9. - 13. Okt. 2007 (Beijing, China)
- [BR99] Bernhard, J., Riedel, T. (1999): *Erkennung von Stau mit kurzen Schleifendetektoren*, In: Tagungsbericht Heureka '99, 3./4. März 1999 (Karlsruhe), FGSV Verlag, Köln
- [BSM<sup>+</sup>01] Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A., Musiol, G., Mühlig, H. (2001): *Taschenbuch der Mathematik*, 5. Aufl., Harri Deutsch Verlag, Frankfurt am Main
- [Bun06] Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung (2006): *Leitfaden Verkehrstelematik – Hinweise zur Planung und Nutzung in Kommunen und Kreisen*
- [Bun07] Bundesministerium für Bildung und Forschung (2007): *Das 7. EU-Forschungsrahmenprogramm*
- [Bun08a] Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie (2008): *Jahreswirtschaftsbericht 2008 – Kurs halten!*
- [Bun08b] Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie (2008): *Mobilität und Verkehrstechnologien – Das 3. Verkehrsforschungsprogramm der Bundesregierung*
- [Bun08c] Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie (2008): *Verkehrsmanagement und Verkehrstechnologien – Mobile Zukunft mit intelligenten Verkehrssystemen*
- [Bun09] Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie (2009): *Konjunkturgerechte Wachstumspolitik – Jahreswirtschaftsbericht 2009*
- [BW90] Brilon, W., Wu, N. (1990): *Delays at fixed-time traffic signals under time-dependent traffic conditions*, TEC **12/1990**, S. 623-631
- [BW99] Brilon, W., Wu, N. (1999): *Evaluation of Cellular Automata for Traffic Flow Simulation on Freeway and Urban Streets*, Traffic and mobility: simulation – economics – environment, S. 163-180, Springer, Berlin
- [CSS00] Chowdhury, D., Santen, L., Schadschneider, A. (2000): *Statistical Physics of Vehicular Traffic and Some Related Systems*, Phys. Rep. **329**, S. 199-329
- [Dar64] Darroch, J. N. (1964): *On the Traffic-Light Queue*, Ann. Math. Stat. **35**, S. 380-388
- [DDM92] Derrida, B., Domany, E., Mukamel, D. (1992): *An Exact Solution of a One-Dimensional Asymmetric Exclusion Model with Open Boundaries*, J. Stat. Phys. **69**, S. 667-687
- [Deu09] Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (2009): *Projektabschlussbericht DLR – ORINOKO (Operative regionale integrierte und optimierte Korridorsteuerung)*, FKZ: 19 B 4036C
- [Dij59] Dijkstra, E. W. (1959): *A Note on Two Problems in Connexion with Graphs*, Numerische Mathematik **1**, S. 269-271
- [EIR06] El-Rabbany, A. (2006): *Introduction to GPS: The Global Positioning System*, 2nd Edition, Artech House, Boston

- [Els02] Elstrodt, J. (2002): *Maß- und Integrationstheorie*, 3., erweiterte Auflage, Springer, Berlin
- [Eur01] Europäische Kommission (2001): *Weissbuch – Die Europäische Verkehrspolitik bis 2010: Weichenstellungen für die Zukunft*, Luxemburg
- [Eur06] Europäische Kommission (2006): *Für ein mobiles Europa – Nachhaltige Mobilität für unseren Kontinent*, Luxemburg
- [Eur08] Europäische Kommission (2008): *Aktionsplan zur Einführung intelligenter Verkehrssysteme in Europa*, Brüssel
- [FMA<sup>+</sup>03] Friedrich, B., Matschke, I., Almasri, E., Mück, J. (2003): *Data Fusion Techniques for Adaptive Traffic Signal Control*, In: Proceedings of the 10th IFAC Symposium, 4. - 6. Aug. 2003 (Tokyo, Japan)
- [For01] Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen (2001): *HBS – Handbuch für die Bemessung von Straßenverkehrsanlagen*, FGSV Verlag, Köln
- [For03a] Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen (2003): *Guidelines for Traffic Signals – RiLSA*, FGSV Verlag, Köln
- [For03b] Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen (2003): *Hinweise zur Datenvervollständigung und Datenaufbereitung in verkehrstechnischen Anwendungen*, FGSV Verlag, Köln
- [For05] Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen (2005): *Hinweise zum Fundamentaldiagramm – Grundlagen und Anwendungen*, FGSV Verlag, Köln
- [For06] Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen (2006): *Hinweise zur mikroskopischen Verkehrsflusssimulation – Grundlagen und Anwendung*, FGSV Verlag, Köln
- [Fri97] Friedrich, B. (1997): *Ein verkehrsadaptives Verfahren zur Steuerung von Lichtsignalanlagen*, Dissertation, Technische Universität München
- [Fri04] Friedrich, B. (2004): *Traffic Monitoring and Control in Metropolitan Areas*, In: Proceedings of the 2nd Int. Symposium „Networks for Mobility“, 29. Sept. - 1. Okt. 2004 (Stuttgart)
- [GMR09] Gartner, N., Messer, C. J., Rahti, A. K. (Hrsg.): *Revised Monograph on Traffic Flow Theory*, Online-Version, <http://www.tfhrc.gov/its/tft/tft.htm> (letzter Zugriff: 19.06.2009)
- [Häg02] Häggström, O. (2002): *Finite Markov Chains and Algorithmic Applications*, Cambridge University Press, Cambridge
- [Hai59] Haight, F. A. (1959): *Overflow at a traffic light*, Biometrika **46**, S. 420-424
- [Hel01] Helbing, D. (2001): *Traffic and related self-driven many-particle systems*, Rev. Mod. Phys. **73**, S. 1067-1141
- [Hen99] Henninger, T. (1999): *Eine kombinierte Methode zur Schätzung von Kantenbelastungen, Abbiegequoten und Störungen in Stadtstraßennetzen*, In: Tagungsbericht Heureka '99, 3./4. März 1999 (Karlsruhe), FGSV Verlag, Köln

- [Hil09] Hilpp, F. (2009): *Entlastung für den Lkw-Verkehr in 2009?*, Straßenverkehrstechnik **1/2009**, S. 41-43
- [HK02a] Herrtwich, R. G., Kerner, B. (2002): *Verfahren zur Ermittlung einer aktuellen Verkehrslage*, Patent DE 101 10 326 A1
- [HK02b] Herrtwich, R. G., Kerner, B. (2002): *Verfahren zur Ermittlung einer aktuellen Verkehrslage*, Patent DE 101 10 327 A1
- [Hua08] Huang, D. W. (2008): *Dynamics of the congestion triggered by boundary*, Physica A **387**, S. 587-598
- [Hur84] Hurdle, V. F. (1984): *Signalized Intersection Delay Models – A Primer for the Uninitiated*, TRR **971**, S. 96-105
- [JM09a] Jia, N., Ma, S. (2009): *Analytical investigation of the open boundary conditions in the Nagel-Schreckenberg model*, Phys. Rev. E **79**, 031115
- [JM09b] Jia, N., Ma, S. (2009): *Analytical results of the Nagel-Schreckenberg model with stochastic open boundary conditions*, Phys. Rev. E **80**, 041105
- [Kem09] Kemming, H. (2009): *Mobilitätsmanagement – Perspektivenwechsel in der Verkehrspolitik*, In: Urbane Mobilität – Verkehrsforschung des Bundes für die kommunale Praxis, direkt **65**, S. 377-396, Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung, Bonn
- [Ken51] Kendall, D. G. (1951): *Some Problems in the Theory of Queues*, J. R. Statist. Soc. B **13**, S. 151-185
- [KH79] Kimber, R. M., Hollis, E. M. (1979): *Traffic Queues and Delays at Road Junctions*, TRRL Laboratory Report **909**, Crowthorne, Berkshire
- [Kör09] Körner, M. (2009): *Traffic conditions determination based on floating car data with short capturing intervals*, In: Proceedings of the 16th ITS World Congress, 21. - 25. Sept. 2009 (Stockholm, Schweden)
- [Kos90] Koshi, M. (1990): *Transportation and Traffic Theory*, Elsevier, New York
- [Kri08] Krieg, S. (2008): *Simulation und Verkehrslageerfassung: Evaluierung von Floating-Car-Daten*, Diplomarbeit, Fachhochschule Brandenburg
- [Mil63] Miller, A. J. (1963): *Settings for Fixed-Cycle Traffic Signals*, Operational Research Quarterly **14**, S. 373-386
- [MM05] Maerivoet, S., Moor, B. de (2005): *Cellular Automata Models of Road Traffic*, Phys. Rep. **419**, S. 1-64
- [Müc02] Mück, J. (2002): *Schätzverfahren für den Verkehrszustand an Lichtsignalanlagen unter Verwendung halteliniennaher Detektoren*, In: Tagungsbericht Heureka '02, 6./7. März 2002 (Karlsruhe), FGSV Verlag, Köln
- [Mül04] Müller, J. (2004): *Optimierung ohne Ableitungsinformation – Einordnung, Analyse und Test von Pattern-Search-Verfahren*, Diplomarbeit, Universität Dortmund

- [Nag96] Nagel, K. (1996): *Particle hopping models and traffic flow theory*, Phys. Rev. E **53**, S. 4655-4672
- [Neu07a] Neumann, T. (2007): *Zelluläre Automaten in der Verkehrsmodellierung: das Nagel-Schreckenberg-Modell*, Diplomarbeit, Westfälische Wilhelms-Universität Münster
- [Neu07b] Neumann, T. (2007): *Optimale Datenfusion bei Linearkombination der gemessenen Daten*, Technischer Bericht (DLR), <http://elib.dlr.de/54628/> (letzter Zugriff: 24.03.2009)
- [Neu09] Neumann, T. (2009): *TASEP related models with traffic light boundary*, Eur. Phys. J. B **67**, S. 133-138
- [Neu10a] Neumann, T. (2010): *A cost-effective Method for the Detection of Queue Lengths at Traffic Lights*, In: Barceló, J., Kuwahara, M. (Hrsg.): *Traffic Data Collection and its Standardization*, International Series in Operations Research & Management Science, Vol. **144**, Springer
- [Neu10b] Neumann, T. (2010): *Estimating Daily Curves of Queue Length at Traffic Signals using Floating Car Data*, In: Proceedings of the 5th Int. Symposium „Networks for Mobility“, 30. Sept. - 1. Okt. 2010 (Stuttgart)
- [New60] Newell, G. F. (1960): *Queues for a fixed-cycle traffic light*, Ann. Math. Stat. **31**, S. 589-597
- [New65] Newell, G. F. (1965): *Approximation methods for queues with application to the fixed-cycle traffic light*, SIAM Review **7**, S. 223-240
- [NM65] Nelder, J. A., Mead, R. (1965): *A simplex method for function minimization*, The Computer Journal **7**, S. 308-313
- [NS92] Nagel, K., Schreckenberg, M. (1992): *A cellular automaton model for freeway traffic*, J. Phys. I France **2**, S. 2221-2229
- [NW08] Neumann, T., Wagner, P. (2008): *Delay times in a cellular traffic flow model for road sections with periodic outflow*, Eur. Phys. J. B **63**, S. 255-264
- [NW09] Neumann, T., Wagner, P. (2009): *Comment on „Analytical investigation of the open boundary conditions in the Nagel-Schreckenberg model“*, Phys. Rev. E **80**, 013101
- [Ols90] Olszewski, P. S. (1990): *Modelling of Queue Probability Distribution at Traffic Signals*, In: [Kos90], S. 569-588
- [PF08a] Priemer, C., Friedrich, B. (2008): *Optimierung von modellierten Warteprozessen im Rahmen adaptiver Netzsteuerungen durch C2I-Daten*, In: Tagungsbericht Heureka '08, 5./6. März 2008 (Stuttgart), FGSV Verlag, Köln
- [PF08b] Priemer, C., Friedrich, B. (2008): *A method for tailback approximation via C2I-data based on partial penetration*, In: Proceedings of the 15th ITS World Congress, 16. - 20. Nov. 2008 (New York, USA)
- [PSS08] Popkov, V., Salerno, M., Schütz, G. M. (2008): *Asymmetric simple exclusion process with periodic boundary driving*, Phys. Rev. E **78**, 011122

- [PTV09] PTV AG (2009): *Bessere Verkehrsdaten für besseren Verkehrsfluss*, Straßenverkehrstechnik **1/2009**, S. 43-44
- [QON07] Quddus, M. A., Ochieng, W. Y., Noland, R. B. (2007): *Current map-matching algorithms for transport applications: State-of-the art and future research directions*, Transp. Res. C **15**, S. 312-328
- [Sch99] Schadschneider, A. (1999): *The Nagel-Schreckenberg model revisited*, Eur. Phys. J. B **10**, S. 573-582
- [Sch08] Schwieger, V. (2008): *Generierung von Verkehrsdaten auf Basis von verfügbaren Mobilfunkdaten innerhalb der GSM-Netzinfrastruktur*, In: [Bun08c]
- [SD93] Schütz, G., Domany, E. (1993): *Phase Transitions in an Exactly Soluble One-Dimensional Exclusion Process*, J. Stat. Phys. **72**, S. 277-296
- [SKS09] Schreiber, W., Knapp, S., Schwartz, S. (2009): *Verkehrsmanagement in einer mittleren Großstadt*, Straßenverkehrstechnik **1/2009**, S. 13-18
- [SL97] Schnabel, W., Lohse, D. (1997): *Grundlagen der Straßenverkehrstechnik und der Verkehrsplanung*, 2. Aufl., Verlag für Bauwesen, Berlin
- [SLG09] Szigeti, J., Laborczi, P., Gordos, G. (2009): *Benchmarking of Floating Car Data Sources*, In: Proceedings of the 16th ITS World Congress, 21. - 25. Sept. 2009 (Stockholm, Schweden)
- [SLM<sup>+</sup>09] Schäfer, R. P., Lorkowski, S., Mieth, P., Schurr, I. (2009): *Travel Time Measurements using GSM and GPS Probe Data*, In: Proceedings of the 16th ITS World Congress, 21. - 25. Sept. 2009 (Stockholm, Schweden)
- [Spy07] Spyropoulou, I. (2007): *Modelling a signal controlled traffic stream using cellular automata*, Transp. Res. C **15**, S. 175-190
- [STB<sup>+</sup>02] Schäfer, R. P., Thiessenhusen, K. U., Brockfeld, E., Wagner, P. (2002): *A traffic information system by means of real-time floating-car data*, In: Proceedings of the 9th ITS World Congress, 11. - 14. Okt. 2002 (Chicago, USA)
- [VZ04] Viti, F., Zuylen, H. van (2004): *Modeling Queues at Signalized Intersections*, TRR **1883**, S. 68-77
- [War52] Wardrop, J. G. (1952): *Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research*, Proc. Inst. Civ. Eng. Part II **1**, S. 325-362
- [Web58] Webster, F. V. (1958): *Traffic Signal Settings*, Road Research Technical Paper No. **39**, Road Research Laboratory, London
- [Wik10] Wikimedia Foundation Inc. (Hrsg.): *Wikipedia – Die freie Enzyklopädie*, <http://de.wikipedia.org/> (letzter Zugriff: 01.02.2010)
- [Wis09] Wissenschaftlicher Beirat beim Bundesminister für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung (2009): *Zuverlässigkeit der Verkehrssysteme*, Straßenverkehrstechnik **1/2009**, S. 5-12, und Straßenverkehrstechnik **2/2009**, S. 78-84
- [WL08] Wermuth, M., Löhner, H. (2008): *Mobilfunkortung im Verkehr – Einsatzmöglichkeiten und -grenzen*, In: [Bun08c]



- [Wu90] Wu, N. (1990): *Wartezeit und Leistungsfähigkeit von Lichtsignalanlagen unter Berücksichtigung von Instationarität und Teilgebundenheit des Verkehrs*, Schriftenreihe Heft **8/1990**, Lehrstuhl für Verkehrswesen, Ruhr-Universität Bochum
- [WW08] Wulffius, H., Weichenmeier, F. (2008): *Optimale Ausnutzung der Datenerfassungsinfrastruktur durch Datenfusion*, In: [Bun08c]
- [ZH07] Zuylen, H. van, Hoogendoorn, S. P. (2007): *A probabilistic calculation of queue lengths at signalized intersections*, In: Proceedings of the 14th ITS World Congress, 9. - 13. Okt. 2007 (Beijing, China)
- [ZV06] Zuylen, H. van, Viti, F. (2006): *Delay at controlled intersections: the old theory revised*, In: Proceedings of the 9th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems, 17. - 20. Sept. 2006 (Toronto, Kanada)

# Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1-1 :	Verfahrenskonzepte der modellbasierten Verkehrslageerfassung. ....	6
Abbildung 2-1 :	Schematische Darstellung des Nagel-Schreckenberg Modells. ....	11
Abbildung 2-2 :	Zufluss im Nagel-Schreckenberg Modell mit $v_{\max} = 2$ für $q = 1$ . ....	13
Abbildung 2-3 :	Übergangsgraph des als Markovkette aufgefassten Zuflussprozesses. ....	15
Abbildung 2-4 :	Zuflussrate $Q(q)$ für verschiedene Werte $v_{\max}$ . ....	16
Abbildung 3-1 :	Abflussverhalten bei unbegrenzter Freigabezeit. ....	18
Abbildung 3-2 :	Abflussfunktion $s$ für verschiedene Werte $v_{\max}$ . ....	19
Abbildung 3-3 :	Beispiel der Blockstruktur des Verkehrsflusses mit Trajektorien. ....	20
Abbildung 3-4 :	Schema der Blockstruktur des Verkehrsflusses. ....	21
Abbildung 3-5 :	Beispiel zur Rückstaulängendefinition mit Trajektorien. ....	22
Abbildung 3-6 :	Rückstaulängen in den Beispielen aus Abb. 3-3 (links) und 3-5 (rechts). ....	23
Abbildung 4-1 :	Konstruktion der Übergangswahrscheinlichkeiten $p_{y,y'}$ aus den $p_m(y)$ . .	33
Abbildung 4-2 :	Stationäre Verteilungen $\pi(q)$ für verschiedene Werte $q$ bzgl. $y$ bzw. $z$ . ....	35
Abbildung 4-3 :	Erwartungswert und Standardabweichung von $y$ und $\bar{K}$ . ....	36
Abbildung 4-4 :	Vergleich zwischen simulierter und analytischer, mittl. Rückstaulänge. ....	40
Abbildung 4-5 :	Elementare Verkehrsdichteprofile $K_t(y)$ und $K(y)$ . ....	42
Abbildung 4-6 :	Vergleich zwischen simulierten und analytischen Verkehrsdichteprofilen. ....	43
Abbildung 5-1 :	Verkehrsdichteprofile und räumliche Verteilung simulierter FCD. ....	46
Abbildung 5-2 :	Schätzfehler in Abhängigkeit von der Simulationsvorlaufzeit. ....	49
Abbildung 5-3 :	Schätzfehler in Abhängigkeit von Abdeckung und Meldeintervall. ....	50
Abbildung 5-4 :	Schätzfehler in Abhängigkeit von Abdeckung und Meldeintervall. ....	51
Abbildung 5-5 :	Verteilung geschätzter Rückstaulängen (+) ohne Datenfusion. ....	52
Abbildung 5-6 :	Verteilung geschätzter Rückstaulängen (+) mit Datenfusion (Typ 1). .	54
Abbildung 5-7 :	Verteilung geschätzter Rückstaulängen (+) mit Datenfusion (Typ 2). .	55
Abbildung 5-8 :	Verteilung des Schätzfehlers bei Datenfusion (Typ 2). ....	56
Abbildung 5-9 :	Schätzfehler in Abhängigkeit vom Aggregationsgrad (ohne Fusion). ....	56
Abbildung 5-10 :	Mittlere Ausfallraten $\beta$ in der Simulation für $T = 3600$ Zeitschritte. ....	57
Abbildung 5-11 :	Analytische Ausfallraten $\beta$ im Vergleich zur Simulation. ....	59
Abbildung 5-12 :	Deterministisches Staulängenmodell. ....	60
Abbildung 5-13 :	Schematische Darstellung instationärer Verkehrsdichteprofile. ....	61
Abbildung 5-14 :	Schätzfehler des erweiterten Verfahrens in Abhängigkeit von $T_0$ . ....	63
Abbildung 5-15 :	Verteilung des Schätzfehlers des erweiterten Verfahrens mit Fusion. ...	63
Abbildung 5-16 :	Beispiel für einen realen Tagesgang des Zuflusses. ....	65
Abbildung 5-17 :	Vergleich zwischen simulierten und geschätzten Staulängenganglinien. ....	65
Abbildung 5-18 :	Einfluss des Aggregationsgrades bei nicht-konstanter Zuflussrate. ....	66
Abbildung 7-1 :	Aufbau des verwendeten FCD-Systems. ....	74
Abbildung 7-2 :	Grundlegende Problematik des Map-Matchings. ....	75
Abbildung 7-3 :	Schematische Darstellung der Testkreuzung 1. ....	77
Abbildung 7-4 :	Schematische Darstellung der Testkreuzung 2. ....	78
Abbildung 8-1 :	Räumliche Verteilung der gemessenen Floating-Car-Daten. ....	80
Abbildung 8-2 :	Tageszeitlich differenzierte Häufigkeitsprofile. ....	82

Abbildung 8-3 :	Geschätzte Tagesganglinien der Rückstaulänge ohne Datenfusion.....	84
Abbildung 8-4 :	Geschätzte Tagesganglinien der Rückstaulänge mit Datenfusion.....	86
Abbildung 9-1 :	Tagesgang der mittleren Geschwindigkeit aus FCD. ....	88
Abbildung 9-2 :	Geschätzte Tagesganglinien der Rückstaulänge mit Datenfusion.....	88
Abbildung 9-3 :	Geschätzte Tagesganglinien der Rückstaulänge (Juni bis August 2007).	90
Abbildung 9-4 :	Geschätzte Tagesganglinien der Rückstaulänge (Juni bis August 2007).	91
Abbildung 9-5 :	Geschätzte Tagesganglinien der Rückstaulänge (Juli 2007).....	92
Abbildung 9-6 :	Geschätzte Tagesganglinien der Rückstaulänge (August 2007).....	93
Abbildung A-1 :	Beispiel eines Übergangsgraphen einer Markovkette (vgl. Abb. 2-3). ...	102
Abbildung B-1 :	Plots der Funktionen $\lim_{v_{\max} \rightarrow \infty} s(t)$ (rot) und $\Phi(t)$ (blau). ....	112
Abbildung B-2 :	Schematische Darstellung der Funktion $\nu_t$ für $0 \leq t \leq c$ . ....	115
Abbildung B-3 :	Lineare Approximationen der Funktion $\nu_0$ . ....	116
Abbildung B-4 :	Typisches Simulationsbeispiel für ein Verkehrsdichteprofil. ....	123
Abbildung B-5 :	Analytische lokale Verkehrsdichten im Vergleich zur Simulation. ....	124
Abbildung B-6 :	Beispiele für geglättete Verkehrsdichteprofile. ....	125



# Index

## A

a-priori-Gewichte, 6, 47, 52, 54 f., 62, 70, 83, 85, 89, 95, 97  
a-priori-Verteilung, *siehe* a-priori-Gewichte  
Abbiegebeziehung, 95  
Abdeckung, 46, 48, 50 f., 56, 70, 73, 83, 93 ff., 97  
    lokale, 94  
Abdeckungsgrad, *siehe* Abdeckung  
Abflussfunktion, 18, 107, 111 f.  
Abflussrate  
    maximale, 19  
Adams, William Frederick, 12  
Aggregationsgrad, 48, 50, 56, 66, 83  
    akzeptabler, 57  
Aggregationsintervall, 40, 46, 95  
Anfangsverteilung, 101  
Anpassungsparameter, 37, 121  
Aperiodizität, 34, 102  
Ausfallrate, 57 f.  
Ausfallstraße, 77  
Ausreißer, 84 f., 92, 95

## B

Band, 55  
Barlović, Robert, 13  
Basisaggregationsintervall, 51, 70, 83  
Basisrückstaulänge, 59  
Belegung, 41, 123  
Beschneidung, 32, 38  
Block, 20 f.  
    fahrender, 20, 113 f.  
    freier Verkehr, 20, 113  
    stehender, 20, 113 f.  
Blockstruktur, 17, 21, 41, 69, 113

## C

C2X-Daten, 4, 96 f.  
CO<sub>2</sub>, 1

## D

Datenfusion, 4, 6, 47, 50, 53, 70, 85, 87 ff., 95, 97  
    Typ 1, 54

    Typ 2, 55, 89  
Datenschutz, 96 f.  
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR), 3, 73  
digitale Karte, 74 f.  
Diskretisierung, 11, 82

## E

effektive Fahrzeuglänge, 11  
Effizienz, 2, 98  
Einheitsmatrix, 34  
Einsvektor, 34  
Emission, 69, 97  
Ergebnisfusion, 5  
Ergodizität, 15, 30, 33, 103  
Erreichbarkeit, 102  
Erwartungswert, 36, 104  
    bedingter, 37, 104  
    Linearität, 104  
    Rechenregeln, 37, 104  
Europäische Kommission, 1  
Exponentialfunktion  
    Reihenentwicklung, 58

## F

Fahrspur, 95  
Fahrzeug  
    gestautes, 22  
    langsam fahrendes, 22  
Fahrzeugidentifizierung, 73, 96 f.  
Fehler, 50  
    absoluter, 50  
    quadratischer, 39, 121  
    relativer, 64  
    systematischer, 55, 63, 84  
Feinstaub, 1  
Feldtest, 95, 97  
Festzeitsteuerung, *siehe* Lichtsignalsteuerung  
Floating-Car-Daten (FCD), 3, 5, 45, 73 f., 80, 87, 96 f.  
Floating-Phone-Daten (FPD), 4  
Flottenmanagement, 73, 96  
Freigabezeit, 12, 83  
    effektive, 12  
Fundamentalbeziehung, 21

## G

Galileo, 96  
 Ganglinie, 64  
     Geschwindigkeit, 85  
     Rückstaulänge, 64, 70, 83, 90, 92, 95, 97  
     Verkehrsnachfrage, 64  
 Gedächtnislosigkeit, *siehe* Markov-Eigenschaft  
 Geokoordinate, 73  
 Geschwindigkeit, 87  
     maximale, 12, 83  
     mittlere, 74, 87  
     momentane, 85  
 Geschwindigkeitsbegrenzung, 79  
 Glättung, 125  
 Gleichgewichtsverteilung, *siehe* stationäre Verteilung  
 Global Positioning System (GPS), 73 f., 96 f.  
 Grenzgeschwindigkeit, 22, 85, 87  
 Grenzwertbetrachtung, 18, 111

## H

Haltelinie, 5, 21, 24, 78 ff., 95  
 Histogramm, 80  
 historische Daten, 48, 56  
 Hoogendoorn, Serge, 29

## I

Induktionsschleifendetektor, 2, 87, 89  
 Inkonsistenz, 57  
 Instationarität, 53, 59 ff., 67, 70  
 Irreduzibilität, 34, 102

## K

Kalibrierung, 79, 83, 86, 89 f., 95, 98  
     automatische, 95, 97  
 Kapazität, 5, 17  
 Kapazitätsgrenze, 19  
 Knoten  
     isolierter, 70, 95, 97  
     nicht-signalisierter, 97  
 Kompatibilität, 82  
 Koordinierung, 2  
 Korrelation, 45, 55, 69, 90, 92  
 Korrelationskoeffizient, *siehe* Korrelation  
 Kosten, 96 f.

Kroneckersymbol, 32

## L

Lärm, 1  
 Lichtsignalanlage, 2, 21, 24, 69, 97, 124  
 Lichtsignalsteuerung, 2, 12, 70, 98  
     verkehrsadaptive, 2, 70, 96, 98  
 Luftlinienabstand, 75

## M

Map-Matching, 3, 74 ff., 79, 95  
 Map-Matching-Algorithmus, 75  
 Markov-Eigenschaft, 101  
 Markovkette, 5, 14, 29, 31, 69, 101 ff.  
     bedingte, 37  
     diskrete, 101, 103  
     endliche, 101  
     homogene, 31, 36, 101  
     inhomogene, 31  
     Konvergenzgeschwindigkeit, 103  
     Konvergenzsatz, 103  
 Maß- und Integrationstheorie, 104  
 Maximum-Likelihood-Schätzung, 5 f., 47  
     verallgemeinerte, 47, 62, 70, 97  
 Mehrwegeeffekt, 75  
 Meldeintervall, 45, 48, 50 f., 56, 58, 94  
 Mittelwert  
     gleitender, zentrierter, 125  
 Mobilität, 1  
 Mück, Jürgen, 2

## N

Nachhaltigkeit, 2  
 Nagel, Kai, 11  
 Nagel-Schreckenberg Modell, 11 ff.  
     deterministisches, 12, 14, 41, 46, 48, 69, 79, 95, 97, 107, 113, 124  
 Navigation, 3, 98  
     dynamische, 98  
     statische, 98  
 Newton-Verfahren, 19  
 Normierungsbedingung, 15, 32, 105, 120

## O

Ortungsungenauigkeit, 74 f., 79, 95

## P

Pendlerstrom, 77, 89

Poisson-Verteilung, 12, 58

## Q

Qualitätsmanagement, 2, 70, 98

Qualitätsüberwachung, *siehe* Qualitätsmanagement

Quantil, 126

## R

Randbedingungen, 12, 69

offene, 12

Rauschen, 52, 54, 81

Referenzdaten, 76, 90, 95

Regel von l'Hospital, 16

Reisezeit, 3, 69, 74

virtuelle, 76

Rekurrenz

positive, 103

relevanter Streckenabschnitt, 78, 80 f., 95

Robustheit, 51, 97

Route, 76

Rückstaulänge, 5, 11, 21 ff., 30, 47, 69

maximale, 24, 60, 121 f., 126

mittlere, 24, 39 ff., 47, 61 f., 96, 121, 126

Rückstaulängenfunktion

zeitabhängige, 115 ff.

Linearisierung, 116

Linearisierungsfehler, 117

zeitunabhängige, 24 ff., 41, 84, 114, 118

Definitionsbereich, 26

Rückstau zweiter Art, 29

## S

saisonaler Effekt, 78, 93, 95, 97

Sättigungsverkehrsstärke, 16, 18

Schätzwertverteilung, 51

bimodale, 52, 54, 83

Schreckenberg, Michael, 11

Simplexverfahren, 40, 122 f.

Simulation, 41, 43, 48 ff., 90, 95, 98

Simulationsvorlaufzeit, 48 f., 62

Slowdown-Wahrscheinlichkeit, 12

Sperrzeit, 12, 83

effektive, 12

Spillback-Effekt, 70

Spitzenstunde, 77, 82

Standardabweichung, 36, 53, 55, 63, 126

stationäre Verteilung, 15, 30, 34, 102, 105, 124

stationäre Wahrscheinlichkeit, *siehe* stationäre Verteilung

statistische Physik, 69

Staudichte

mittlere, 25, 42

Stochastik, 53

stochastischer Prozess, 101

stochastische Unabhängigkeit, 104

Störungserkennung, 98

Störungsmanagement, 1

Suchraum, 47

## T

Tagesganglinie, *siehe* Ganglinie

Taxi-FCD-System, 73, 77

Toleranz, 54 f., 89

Trajektorie, 3, 76

Translation, 109, 112, 114

typischer Werktag, 83

## U

Übergangsgraph, 102

Übergangsmatrix, 34 f., 101

Übergangswahrscheinlichkeit, 31 ff., 101

Übersättigung, 19, 30, 36

Überschätzung, 65

Umlaufzeit, 19

Untersättigung, 19, 30, 36

Untersuchungsgebiet, 76 ff.

Untersuchungszeitraum, 78

## V

Verfahren der direkten Suche, 40

Verkehr, 1

Verkehrsbelastung, 30, 78, 98

Verkehrsdichte, 11, 21, 30, 69

lokale, 5, 41, 46, 123

mittlere, 29, 35, 38

Verkehrsdichteprofil, 41 ff., 45, 52, 69, 96 f., 122

elementares, 42, 61

geglättetes, 43, 122, 125

instationäres, 59

normiertes, 46, 62

Oszillation, 123

Periode, 123 f.

stationäres, 42, 52, 61  
Verkehrsflussmodell, 11, 69, 97  
    kontinuierliches, 98  
    mikroskopisches, 5, 11  
Verkehrsinformationen  
    knotenbezogene, 69, 97  
    routenbezogene, 3, 69  
Verkehrslage  
    instabile, 36  
    stabile, 59, 63  
Verkehrslageerfassung, 2 ff., 97 f.  
    modellbasierte, 6, 11  
Verkehrsleitsystem, 77  
Verkehrsmanagement, 1, 73, 97 f.  
Verkehrsmonitoring, *siehe* Verkehrslageerfassung  
Verkehrsnachfrage, 5, 11, 13, 30, 47, 69, 87  
    konstante, 48  
    kritische, 17, 19, 29, 49, 53, 56  
    mittlere, 98  
    reale, 54, 89  
    schwankende, 64 ff., 73, 77  
Verkehrsnetz, 70, 75, 95, 97  
Verkehrsplanung, 1, 97 f.  
Verkehrsstärke, 98  
Verkehrsstrom  
    Verlagerung, 98  
Verkehrsumlegung, 98  
Verkehrsweißbuch, 1  
Verschlechterungseffekt, 56, 66, 83  
Videodetektion, 3  
VLS-Gebiet, 77

## W

Wahrscheinlichkeit  
    bedingte, 101  
Wartekapazität, 69  
    endliche, 30, 32  
    unendliche, 30, 103  
Warteschlangenmodell, 5, 20, 29 f., 69, 79, 103  
    deterministisches, 59  
Wartezeit, 69, 97

## Z

Zeitlückensteuerung, *siehe* Lichtsignalsteuerung  
Zeitscheibe, 83

Zeitstempel, 73  
Zelle, 11  
Zellularautomat, 11, 69, 98  
Zielfunktion, 40, 121  
Zufallsvariable, 101, 104  
Zufluss  
    effektiver, 31  
Zuflussfunktion, *siehe* Zuflussrate  
Zuflussrate, 13 ff., 105 f.  
    Monotonie, 16, 106 f.  
    Stetigkeit, 16, 106, 119  
Zuflusswahrscheinlichkeit, 12  
Zustand, 101  
    kommunizierender, 102  
Zustandsraum, 32, 101  
Zuylen, Henk van, 29





